د یولسم ټولګي د ریاضي تعلیمی لارښود – دریمه دوره
(د ساین قانون، کوساین قانون، ټانجنت قانون او مثلثي مطابقتونه)

موخي : په دې دوره کې تاسو د ساین قانون، کوساین قانون، ټانجنت قانون او مثلثي مطابقتونو سره آشنا کېږئ. دا مفاهیم تاسو سره مرسته کوي ترڅو د مثلث نامعلوم اجزاء پیدا کړئ، او همدارنګه تاسو ته وړتیا درکوي چې په فلکي مسایلو، د لار موندنې (Navigation)او میخانیک کې د زاویو په مرسته قوه تحلیل یا ترکیب کړئ.

د ساین قانون:

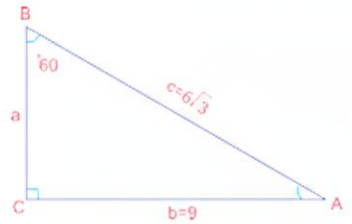
تعریف: یو مثلثي رابطه شته چې په هر مثلث کې (نه یوازې په قائم الزاویه مثلث کې) د هرې ضلعې اوږدوالی د هغې ضلعې مقابل زاویې د ساین سره نسبت یو شان وي

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C} \qquad \frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{sinC}{c}$$

د وضاحت لپاره، لاندې مثال په پام کې ونیسو:

لومړی مثال:په لاندې ABC قایم الزاویه مثلث کې د یوې ضلعې او دوو زاویو قیمت پیدا کړئ داسې چې د یوې زاویې او دوو ضلعو قیمت درکړل شوی دی؟

حل: د ساین د قضیې یا قانون له مخې لیکلی شو چې:



$$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{9}{\sin 60^\circ}=\frac{6\sqrt{3}}{\sin C} \Rightarrow \sin C=\frac{6\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ}{9}=\frac{6\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{9}$$

$$\sin C=\frac{3\cdot 3}{9}=\frac{9}{9}=1 \Rightarrow \sin C=1$$

ځرنګه چې $\sin 90^\circ=1$ دی، نو: $C=90^\circ$

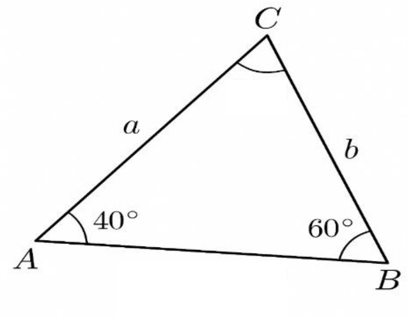
همدارنګه پوهېږو چې په یوه مثلث کې:

$$A+B+C=180^\circ$$
$$A+60^\circ+90^\circ=180^\circ$$
$$A=180^\circ-150^\circ$$
$$A=30^\circ$$

د a ضلعې قیمت په لاندې ډول پیداکولی شو :

$$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b} \Rightarrow a=b\cdot\frac{\sin A}{\sin B} \Rightarrow a=9\cdot\frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ}=\frac{9\cdot\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow a=\frac{9}{\sqrt{3}}=\frac{9\cdot\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a=3\sqrt{3}\,cm$$



فعالیت : په لاندې شکل کې د c ضلعې اوږدوالی او د C زاویه پیدا کړئ؟

د د شرایطو څخه استفادی:

- د هر مثلث لپاره کارول کیږي، په ځانګړي ډول په لاندې حالتونو کې:
- دوه زاویې او یوه اړخ معلوم وي (ASA)
- دوه اړخونه او یوه زاویه معلومه وي (SAS)

کاروني:

- د نامعلوم اړخ او زاویې پیدا کول
- د غیر قائم الزاویه مثلثونو حل
- د عملي مسایلو کې فاصله یا لوړوالی محاسبه کول (فلک، فزیک او نقشه کشي)

د کوساین قانون :

تعریف: دا یوه مثلثي رابطه ده چې د هر مثلث (نه یوازې قائم الزاویه) د اړخونو او زاویو تر منځ اړیکه ښیي. دا قانون موږ سره مرسته کوي چې د یو اړخ اوږدوالی یا د یوې زاویې اندازه پیدا کړو.

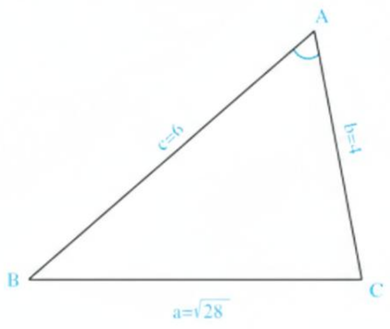
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

لومړی مثال: د ABC په مثلث کې د هغو دریو ضلعو اندازې په لاندې ډول راکړل شوي دي، د A زاویې اندازه وټاکئ.

حل:



$$a = \sqrt{28} \quad , \quad b = 4 \quad , \quad c = 6 \quad , \quad A = ?$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$$

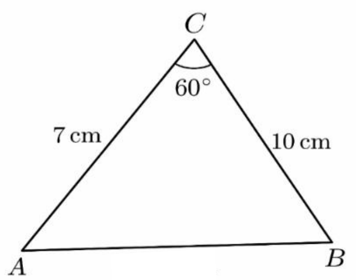
$$(\sqrt{28})^2 = (4)^2 + (6)^2 - 2\cdot 4\cdot 6\cos A$$

$$28 = 16 + 36 - 48\cos A \quad \Rightarrow \quad 28 = 52 - 48\cos A$$

$$48\cos A = 52 - 28 \quad \Rightarrow \quad 48\cos A = 24$$

$$\cos A = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{A = 60^\circ}$$



فعالیت: په لاندې شکل کې د c ضلعې اوږدوالی پیدا کړئ؟

د استفادې شرایط:

- کله چې دوه اړخونه او د هغوی منځنی زاویه معلومه وي (SAS)
- کله چې ټول درې اړخونه معلوم وي (SSS)

کاروني:

- د غیر قائم الزاویه مثلثونو حل.
- د فیثاغورث قاعدې پراخول (کله چې زاویه ۹۰ درجې نه وي).
- پراخه کاروني په فزیک، انجنیری، نقشه کښي او نورو برخو کې.

د ټانجنټ قانون

تعریف: دا یوه مثلثي رابطه ده چې په هر ډول مثلث کې (نه یوازې قائم الزاویه) د اړخونو او زاویو تر منځ اړیکه رامنځته کوي او په ځینو ځانګړو حالتونو کې د مثلث لپاره ډېر ګټور وي.

$$\frac{a-b}{a+b}=\frac{\tan\frac{A-B}{2}}{\tan\frac{A+B}{2}}$$

کاروني:

- کله چې دوه اړخونه او د هغوی مقابل زاویې معلومې وي (د درېیم اړخ د معلومولو لپاره).
- په هندسه کې د ځینو اړیکو د ثبوت لپاره.
- د ساین او کوساین قانون په پرتله لږ کارول کېږي.

مثلثاتي مطابقتونه :

مثلثي مطابقتونه د مثلثي توابعو (ساین، کوساین، ټانجنت او کوټانجنت) تر منځ اړیکې دي، چې د هغوی په مرسته کولای شو زاویې او مثلثي نسبتونه په ساده بڼه بدل یا بیا ولیکو.

د مثلثي مطابقت تعریف:

هغه ریاضیکي رابطه چې د ټولو ممکنه ارزښتونو لپاره ریښتیا وي، مطابقت ګڼل کېږي.
دا د مثلثي معادلې (trigonometric equation) برعکس دی، چې یوازې د ځینو ځانګړو ارزښتونو لپاره ریښتیا وي.

کاروني:

- د مثلثي عبارتونو ساده کول
- د مثلثي معادلو حل
- د هندسي اړیکو ثبوت
- په فزیک، انجنیری او پرمختللي ریاضیاتو کې کاروني

$\propto$	$sin^2\propto+cos^2\propto=1$
0°	$sin^2 0+cos^2 0=1 => 0^2+(1)^2=1, => 1=1$
30°	$sin^2 30+cos^2 30=1 => (\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2=1, => 1=1$
60°	$sin^2 60+cos^2 60=1 => (\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(\frac{1}{2})^2=1, => 1=1$
90°	$sin^2 90+cos^2 90=1 => 1^2+(0)^2=1, => 1=1$
نتیجه	له پورته مثالونو څخه ښکاري چې $sin^2\propto+cos^2\propto=1$ یوه مثلثي مطابقت ده

د وضاحت لپاره لاندې مثال په پام کې ونیسو:
فعالیت: لاندې ترسره کړئ:

$\propto$	$1-2sin\beta=0$
0°	
30°	
60°	
90°	
نتیجه	