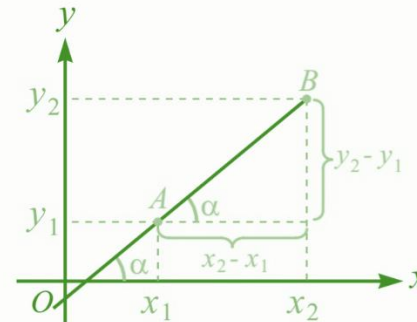


میل خط مستقیم

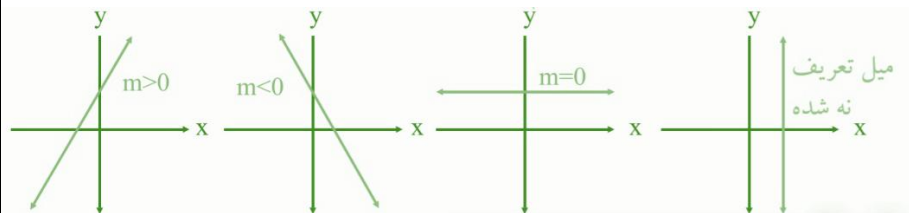
میل خط مستقیم عبارت از Tan زاویه پی است که خط مستقیم با جهت مثبت محوری x می سازد.



$$M_{AB} = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

نکات اساسی و مهم:

- اگر خط مستقیم موازی با محوری x باشد میل آن صفر است.
- اگر خط مستقیم عمود بالای محوری x باشد میل آن تعریف نشده است.
- میل هر خط مستقیم مربوط زاویه پی است که با جهت مثبت محوری x می سازد.
- اگر یک خط مستقیم با جهت مثبت محوری x زاویه حاده بسازد، میل آن مثبت است.
- اگر یک خط مستقیم با جهت مثبت محوری x زاویه منفرجه بسازد، میل آن منفی است.



مثال 1

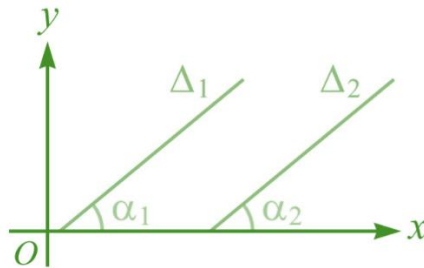
میل خط مستقیم را پیدا کنید که از نقطه (3, 5), (2, 3) میگذرد؟

حل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad m = \frac{5 - 3}{3 - 2} = \frac{2}{1} = 2$$

میل مستقیم های موازی

اگر دو خط مستقیم میل های مساوی داشته باشد مستقیم ها باهم موازی و زاویه های که با جهت مثبت محوری x می سازد باهم برابر است.



$$\Delta_1 // \Delta_2$$

$$\hat{\alpha}_1 = \hat{\alpha}_2$$

$$m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2}$$

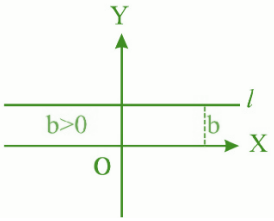
مثال 1

اگر خط مستقیم Δ_1 از نقاط A(2, 5) و B(-6, -11) و خط مستقیم Δ_2 از نقاط C(-4, -6) و D(3, 8) بگذرد خطوط باهم چه ارتباط دارند؟
حل: میل های مستقیم های Δ_1 و Δ_2 را محاسبه می کنیم:

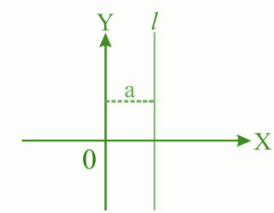
$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ m_{\Delta_1} &= \frac{-11 - (5)}{-6 - 2} = \frac{-16}{-8} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_1} = 2 \\ m_{\Delta_2} &= \frac{8 + 6}{3 + 4} = \frac{14}{7} = 2 \Rightarrow m_{\Delta_2} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{\Delta_1} = m_{\Delta_2} \Rightarrow \Delta_1 // \Delta_2$$

میل مستقیم های عمود بر یکدیگر

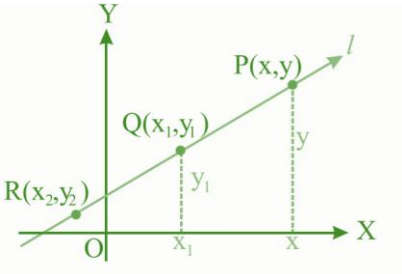
زمان دو خط باهم عمود است که حاصل ضرب میل های مساوی به 1- شود.



2. معادله خط ممستقیم که عمود بالای محوری x باشد، میل آن بی نهایت و معادله آن $x=a$ که a نقطه با محوری x است.



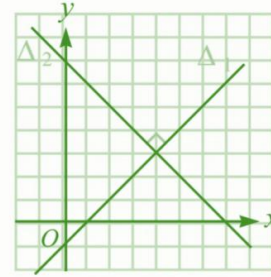
3. معادله خط مستقیم که دو نقطه آن معلوم باشد: از رابطه ذیل پیدا میشود:



$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

4. معادله خط مستقیم که میل و یک نقطه آن معلوم باشد:



$$m_1 \times m_2 = -1$$

مثال 1

خط مستقیم که از نقطه $A(7, 5), B(1, 1)$ و مستقیم که از نقطه $C(0, 5), D(1, 1)$ می گذرد باهم چه ارتباط دارند؟

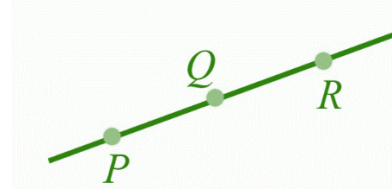
حل:

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 5}{1 - 7} = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

$$m_{CD} = \frac{2 - 5}{2 - 0} = \frac{-3}{2}$$

چون میل $m_{AB} \times m_{CD} = -1$ است پس خطوط باهم دیگر عمود است

نکته: سه نقطه زمانی روی یک خط قرار دارد که میل هر قطع خط آن باهم مساوی باشد.



$$m_{PQ} = m_{QR}$$

معادله یک خط مستقیم

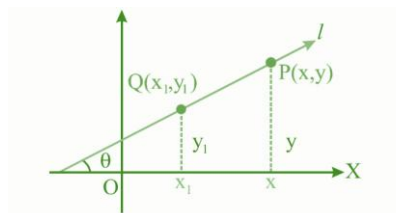
معادله یک خط مستقیم رابطه الجبری است، که اگر مختصات هر نقطه از خط را در رابطه وضع نماییم علامه مساوات نکند. معادله خط مستقیم رادر حالت های مختلف طوری ذیل بررسی می نماییم.

1. معادله خط مستقیم که موازی با محوری x باشد، میل آن صفر است و معادله $y = b$ است که b نقطه تقاطع با محوری y است.

خطوط $5y + 3x = 1$ و $6x + 10y = 5$ باهم دیگر چه ارتباط دارند؟

$$\begin{aligned} 5y + 3x &= 1 & \frac{5}{10} &= \frac{3}{6} \neq \frac{1}{5} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{5} \\ 6x + 10y &= 5 \end{aligned}$$

پس خطوط باهم دیگر موازی است



$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

شکل عمومی معادله خط مستقیم

معادله خط مستقیم در حالت معیاری (استاندارد) به شکل ذیل است:

$$ax + by + c = 0 \quad \text{یا} \quad y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

- که در معادله فوق x و y متحول است a, b, c اعداد حقیقی، طوری که a و b هم زمان صفر شده نمی تواند.
- و همچنان $\frac{-a}{b}$ میل خط و $\frac{-c}{b}$ نقطه تقاطع با محوری y است.

حالات دو خط نظر به هم:

در صورت معادله خط اولی $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ و معادله خط دومی

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ باشد، حالت های ذیل را در نظر می گیریم:

1. زمانی که $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ خطوط باهمدیگر موازی است.
2. زمانی که $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ خطوط باهمدیگر متقاطع است.
3. زمانی که $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ خطوط باهمدیگر منطبق است.
4. زمانی که $a_1a_2 = -b_1b_2$ خطوط باهمدیگر عمود است.

مثال 1