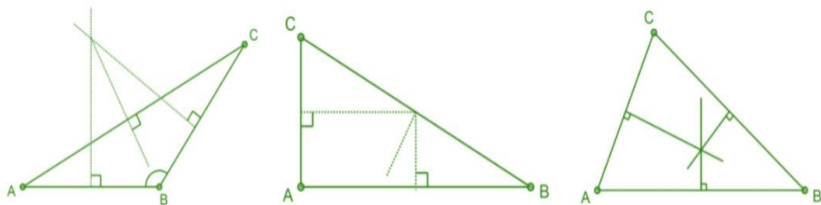


ناصف عمودی در یک مثلث

تعریف: خطی است که ضلع یک مثلث را عموداً قطع نمایند.

خواص ناصف عمودی:

- هر نقطه روی ناصف عمودی یک قطعه خط، از دو انجام آن فاصله مساوی دارد
- هر مثلث دارای ناصف عمودی است که همدیگر را در یک نقطه قطع می کند
- در مثلث حادالزاویه نقاط تقاطع در داخل مثلث قرار دارد
- در مثلث قائم الزاویه در نقطه تنصف وتر خارج مثلث قرار دارد
- در مثلث منفرج الزاویه در خارج مثلث قرار دارد



میان‌های مثلث

تعریف: خطی است که نقطه تنصف یک ضلع بالای را به راس مقابل آن وصل می کند.

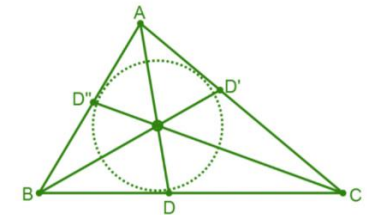
خواص میان‌های مثلث

ناصف الزاویه های داخل مثلث

تعریف: خطی است که یک زاویه مثلث را نصف می کند.

خواص ناصف الزاویه:

- هر مثلث دارای سه ناصف الزاویه است که همدیگر را در یک نقطه قطع می کند، و این نقاط مرکزی دایره محاطی است.
- در تمام مثلث ها نقطه تقاطع در داخل مثلث قرار دارد.
- در شکل خطوط AD, BD, CD ناصف الزاویه، زاویه های A, B, C است.



ارتفاع های مثلث

تعریف: خطی که از راس بالای ضلع مقابل عمود رسمی شود.

خواص ارتفاع مثلث:

- هر مثلث دارای سه ارتفاع است که همدیگر را در یک نقطه قطع می کند
- ارتفاع در مثلث حادالزاویه نقاط تقاطع در داخل مثلث قرار دارد
- ارتفاع در مثلث قائم الزاویه نقاط تقاطع در راس قائم قرار دارد
- ارتفاع در مثلث منفرج الزاویه در خارج مثلث قرار دارد
- بزرگترین ارتفاع مربوط به کوچکترین ضلع قرار دارد

نکته مهم: مکعب مستطیل که سه بعد (طول، عرض و ارتفاع) باهم مساوی باشد به نام مکعب یاد می شود.

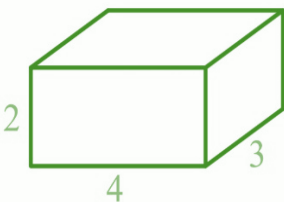
➤ مساحت کلی مکعب: $A = 6a^2$

➤ حجم مکعب: $V = a^3$

➤ قطر مکعب $d = a\sqrt{3}$

مثال 1

در شکل ذیل مساحت جانبی، مساحت کلی و حجم مکعب مستطیل را پیدا کند؟



$$w = 3\text{cm}$$

$$l = 4\text{cm}$$

$$h = 2\text{cm}$$

$$S = 2 \times 2(3 + 4) = 28\text{cm}^2$$

$$A = 2(3 \times 4 + 2 \times 4 + 3 \times 2) = 52\text{cm}^2$$

مساحت و حجم منشور

تعریف: منشور جسم منظم هندسی است که سطح مقابل آن باهم مساوی و موازی بوده و زاویه سطح های مقابل آن باهم انطباق پذیر است.

نکات اساسی:

➤ سطح جانبی منشور مستطیل شکل است و مجموع مساحت های این مستطیل ها مساحت سطح جانبی منشور نامیده می شود.

➤ اگر سطح های منشور بر قاعده عمود باشد منشور قائم نامیده می شود.

➤ فاصله بین قاعده ها را به نام ارتفاع یاد می کند.

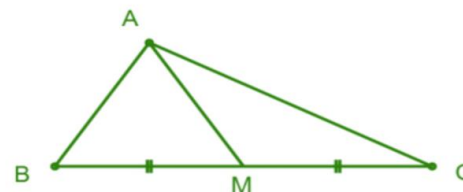
➤ هر مثلث دارای سه میانه است که همدیگر را در یک نقطه قطع می کند.

➤ نقاط تقاطع را به نام مرکزی ثقل یاد می کند

➤ نقاط تقاطع در تمام مثلث ها در داخل مثلث قرار دارد

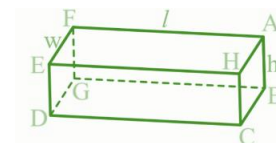
➤ هر میانه مثلث را به دو حصه مساوی تقسیم می کند

➤ بزرگترین میانه مربوط به کوچکترین ضلع است



مساحت و حجم مکعب مستطیل

تعریف: مکعب مستطیل یک شش وجهی منظم هندسی است که همه سطح های آن مستطیل شکل بوده و مساحت هر وجه مقابل آن دو به دو مساوی و موازی، زاویه های سطح های آن دو به دو باهم قائم باشند.



نکات اساسی:

➤ مساحت جانبی مکعب مستطیل: $S = 2h(w + l)$

➤ مساحت قاعده تین مکعب مستطیل: $B = 2wl$

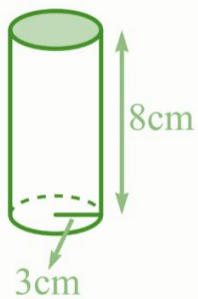
➤ مساحت کلی مکعب مستطیل: $A = 2(wl + hl + wh)$

➤ حجم مکعب مستطیل: $V = (l \times w \times h)$

➤ قطر مکعب مستطیل: $d = \sqrt{l^2 + w^2 + h^2}$

■ در رابطه فوق h ارتفاع، w عرض و l طول مکعب مستطیل را نشان می دهند.

در شکل ذیل مساحت جانبی، مساحت کلی و حجم استوانه را پیدا کنید؟



$$h = 8\text{cm}$$

$$r = 3\text{cm}$$

$$1) S = 2\pi \times 3 \times 8 = 48\pi = 150,72\text{cm}^2$$

$$2) A = 2\pi \times 3(3 + 8) = 6\pi(11)$$

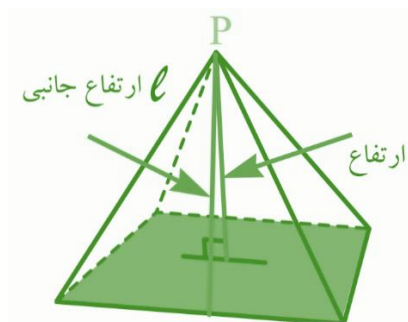
$$= 66\pi\text{cm}^2 = 207,24\text{cm}^2$$

$$3) V = 2\pi(3)^2 \times 8 = 18\pi \times 8$$

$$= 452,16\text{cm}^3$$

مساحت و حجم هرم

تعریف: جسم هندسی چند وجهی است که قاعده آن مضلع و سطوح جانبی آن مثلث بوده و دارای یک راس مشترک است.



نکات اساسی:

➤ مساحت سطح جانبی: مجموع مساحت های مثلث که وجه جانبی را تشکیل داده

$$S = \frac{1}{2}nbl$$

➤ مساحت کلی: مساحت قاعده جمع مساحت سطح های جانبی $A = s + b$

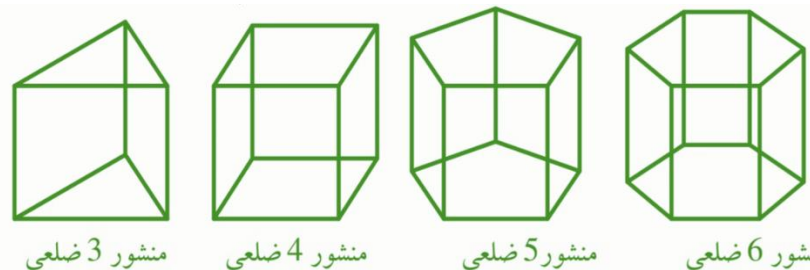
➤ ارتفاع هرم قطعه خط است که از راس هرم به قاعده عمود باشد

➤ مساحت سطح جانبی: محیط قاعده ضرب در ارتفاع بدست می آید.

➤ مساحت کلی: مساحت سطح جانبی جمع مساحت قاعده تین بدست می آید.

➤ حجم منشور: مساحت قاعده ضرب ارتفاع بدست می آید.

➤ هر منشور توسط نوعیت قاعده آن مشخص می شود.



منشور 3 ضلعی

منشور 4 ضلعی

منشور 5 ضلعی

منشور 6 ضلعی

مساحت و حجم استوانه

تعریف: جسم است از دو قاعده دایروی انطباق پذیر و یک سطح جانبی که بر قاعده عمود است تشکیل شده است.

نکات اساسی و مهم این درس:

➤ مساحت سطح جانبی: $S = 2\pi rh$

$$2\pi rh$$

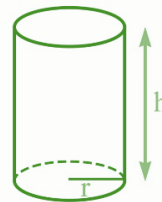
➤ مساحت قاعدتین $B = 2\pi r^2$

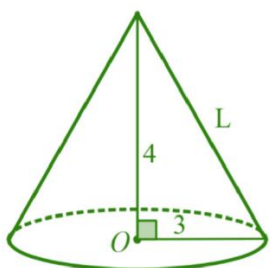
$$2\pi r^2$$

➤ مساحت کلی استوانه: $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$

$$A = 2\pi r(r + h)$$

➤ حجم استوانه: $V = \pi r^2 \times h$





$$r = 3\text{cm}, h = 4\text{cm}, L = 5\text{cm}$$

$$S = \pi rL = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi\text{cm}^2$$

$$A = \pi r^2 + \pi rL = \pi(3)^2 + 15\pi\text{cm}^2 = 24\pi\text{cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(3)^2(4) = 12\pi\text{cm}^3$$

مساحت و حجم کره

تعریف: کره جسمی است که تمام نقاط آن از یک نقطه ثابت متساوی الفاصله باشد که نقطه ثابت را مرکزی کره و نقطه ثابت را شعاع کره است.



نکات اساسی

➤ مساحت کره: اگر شعاع کره را داشته باشیم مساحت آن عبارت $S = 4\pi r^2$

➤ حجم کره: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

مثال 1

مساحت و حجم کره را پیدا کند که شعاع آن 3cm باشد؟

حل:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot (3)^3 \Rightarrow V = 36\pi\text{cm}^3$$

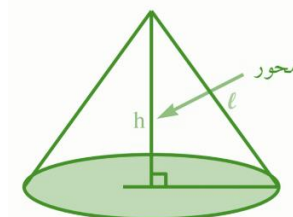
$$S = 4\pi r^2 \Rightarrow S = 4\pi \cdot 3^2 \Rightarrow S = 36\pi\text{cm}^2$$

➤ حجم هرم $\frac{1}{3}$ حجم مکعب مستطیل است $V = \frac{1}{3}B \cdot h$

❖ در روابط فوق n تعداد مثلث سطح جانبی، b قاعده هرم و h ارتفاع جانبی هرم است.

مساحت و حجم مخروط

تعریف: جسم هندسی است که از دوران یک مثلث قائم الزاویه به اطراف یکی از ضلع آن قائم حاصل می شود.



نکات اساسی:

➤ قطعه خط که راس مخروط را به مرکزی قاعده وصل کند محوری مخروط گویند

➤ اگر محور بر قاعده عمود باشد مخروط قائم و در غیر آن مایل گویند

➤ مساحت سطح جانبی: $S = \pi r l$ که r شعاع قاعده h طول مولد مخروط است

➤ مساحت کلی: $A = B + S = \pi r^2 + \pi r l = \pi r(r + l)$

➤ حجم مخروط: چون حجم استوانه $\frac{1}{3}$ حجم استوانه است پس $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

مثال 1

در شکل ذیل مساحت سطح جانبی، مساحت کلی و حجم مخروط را پیدا کنید؟

حل: با استفاده از قضیه فیثاغورث قیمت L را پیدا می کنیم