

چندین حده یا پولینوم: $2x^2 + 3x + 5, 7x^3 - 6x + 1, \dots$

ساده کردن افاده های الجبری

برای ساده کردن افاده های الجبری، از عملیه های اساسی ریاضی یعنی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم استفاده می کنیم.

عملیه جمع و تفریق افاده های الجبری

برای اجرای عملیه جمع و تفریق افاده الجبری، تنها حدود مشابه را باهم جمع و تفریق نموده و حدود غیر مشابه را به حالت خودشان در حالت جمع و تفریق می نویسیم.

مثال

اگر $A = 2a + 4b - 7$ ، $B = 5a - 3b + 1$ باشد پس حاصل $A + B$ و $A - B$ را بدست آورد.

$$A = 2a + 4b - 7$$

$$B = 5a - 3b + 1$$

$$1) A + B = (2a + 4b - 7) + (5a - 3b + 1)$$

$$A + B = 2a + 5a + 4b - 3b - 7 + 1$$

$$A + B = 7a + b$$

برای تفریق کردن علامه حد دوم (افاده دوم) را تغییر می دهیم:

$$2) A - B = (2a + 4b - 7) - (5a - 3b + 1)$$

$$A - B = 2a - 5a + 4b + 3b - 7 - 1$$

$$A - B = a + 7b - 8$$

عملیه ضرب افاده های الجبری: برای فهمیدن بهتر عملیه ضرب را در سه حالت ذیل بررسی می کنیم:

1. ضرب افاده یک حده در یک حده یا ضرب مونوم در مونوم: برای ضرب یک حده در یک حده ابتدا علامه، بعداً ضرایب و در اخیر متحول را با استفاده از قانون طاق ضرب می نمایم.

مثال

مفهوم متحول (حروف)

در ریاضی، برای بیان کلی مقدار یا کمیت که هدف، دریافت آن باشد از سمبول های مانند x, y, z, a, b, c و غیره استفاده می گردد، که به نام متحول الجبری میگویند.

حدود الجبری: اگر اعداد و حروف توسط علامت های ضرب و تقسیم ترکیب شوند، حدود یا حد الجبری بوجود می آید.

مانند: $5xy, -4xa^3, \frac{5}{2}xyz^2, 12abc, \dots$

در حدود الجبری، اعداد ثابت را ضریب و حروف را متحول می نامند.

مثلاً: در حد الجبری $5xy$ عدد 5 را ضریب و xy را متحول.

در حدود الجبری $-4xa^3$ عدد 4- را ضریب و xa^3 را متحول.

حدود مشابه و غیر مشابه الجبری

دو حد الجبری که تنها متحول و توان متحول آن یکسان باشد حدود مشابه گویند.

دو حد الجبری که تنها متحول و توان متحول آن یکسان نباشد حدود غیر مشابه گویند.

افاده های الجبری

هرگاه چندین حد الجبری توسط عملیه هایی مانند جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، توان و جذر باهم رابطه داشته باشند افاده الجبری یا عبارت الجبری بوجود می آید.

مثال: $4x + 2, -3xy + 12y^2, \frac{4x}{3x^2y}, 3px + \frac{4x}{3x^2y}$

انواع افاده های الجبری: افاده های الجبری می تواند به افاده ها:

➤ یک حده یا مونوم: $12xy, \frac{2}{5}xp, \frac{4x}{3x^2y}, \dots$

➤ دو حده یا بینوم: $5xy - 6, xp + \sqrt{3}, \dots$

➤ سه حده یا ترینوم: $3xy^2 - 3xy + 12y^2, 16 - 3x + 2y^2x, \dots$

در تقسیم یک حده از قاعده ساده کردن کسرها استفاده می شود، ابتدا علامت بعداً ضرایب و در اخیر متحول را بالای یک دیگر تقسیم می شوند.

شاگردان عزیز در نظر داشته باشید که در ریاضی صنف هشتم فقط یک حالت را بررسی نموده است

حالت اول:- تقسیم مونوم در مونوم یا یک حده بالای یک حده: برای تقسیم نمودن مونوم در مونوم ضریب عددی را تقسیم ضریب عددی و حرف را تقسیم حرف با استفاده از قواعد طاقتهای اجراء می کنیم.

$$(1) \frac{-2x^2}{8x} = -\frac{1}{4}x$$

$$(2) \frac{36a^5b^5c^7}{12a^4bc^3} = 3ab^4c^4$$

$$(3) \frac{18a^{20}b^{30}c^{40}}{-12a^{15}b^{25}c^{35}} = -4a^5b^3c^5$$

$$(4) \frac{36a^5b^5c^7}{12a^4bc^3} = 3ab^4c^4$$

$$(5) \frac{6x^9y^3}{4x^6y^2} = \frac{3}{2}x^3y$$

$$(6) \frac{0.1a^{20}b^{30}c^{100}}{0.01ab^{30}c^{100}} = 10a^{19}$$

ضرب پولینومها

در اینجا نیز کتاب شما فقط یک حالت را بررسی کرده که حالت های بعدی آن را در صنف بالاتر مطالعه خواهید نمود.

حالت اول:- ضرب مونوم در مونوم: ضریب عددی را در ضریب عددی و حروف را در حروف با استفاده از قانونهای توان (طاقتهای ضرب) ضرب می کنیم.

مثال 1

$$1) (3x^3y^2z^2) \cdot (8x^7y^7z^3) = 24x^6y^9z^5$$

مثال 2

$$2) \left(\frac{2}{3}xyz^4\right) \cdot (-6x^2y^3z^3) = -4x^3y^4z^7$$

حاصل ضرب افاده ذیل را دریافت کنید.

$$1. (5x^2y)(-3xy) = -15x^{2+1}y^{1+1} = -15x^3y^2$$

$$2. (7a^2b)(-2b^3c^2)(4abc) = -56a^3b^5c^3$$

2. ضرب افاده یک حده در چندین حده یا ضرب مونوم در پولینوم: برای ضرب افاده یک حده در چندین حده، یک حده را در تمام حدود چند حده ضرب می کنیم.

مثال 1

حاصل ضرب افاده های ذیل را دریافت کنید.

$$1. \frac{1}{5}x^3(3xy^2 - x) = \frac{3}{5}x^4y^2 - \frac{1}{5}x^4$$

$$2. -3x(3ax^2 - 5x + 2) = -9ax^3 + 15x^2 - 6x$$

3. ضرب افاده چندین حده در چندین حده یا پولینوم در پولینوم: برای ضرب افاده چندین حده در چندین حده، از خاصیت توزیع پذیری ضرب بالای جمع، یک به یک تمام حدود افاده اول را در حدود افاده دوم ضرب می کنیم.

مثال 1

حاصل ضرب افاده ذیل را دریافت کنید.

$$1. (x + 2)(3x - 1) = x(3x - 1) + 2(3x - 1) \\ = 3x^2 - x + 6x - 2 \\ = 3x^2 + 5x - 2$$

$$2. (x - 1)(2x^2 - x + 1) = x(2x^2 - x + 1) - 1(2x^2 - x + 1) \\ = 2x^3 - x^2 + x - 2x^2 + x - 1 \\ = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 1$$

عملیه تقسیم افاده های یک حده؛

مثال 2

- (a) $(4x - 1)^2 = (4x)^2 - 2 \cdot (4x)(1) + 1^2 = 16x^2 - 8x + 1$
 (b) $(4x - 3)^2 = (4x)^2 - 2 \cdot (4x)(3) + 3^2 = 16x^2 - 24x + 9$
 (c) $(2x - 6y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x)(6y) + (6y)^2 = 4x^2 - 24xy + 36y^2$

تجزیه افاده‌های که شکل $a^2 - b^2$ را دارند

افاده‌های $4a^2 - b^2$ و $9x^2 - 4y^2$ را تجزیه نمایید.



- (a) $4a^2 - b^2 = (2a)^2 - b^2 = (2a - b)(2a + b)$
 (b) $9x^2 - 4y^2 = (3x)^2 - (2y)^2 = (3x - 2y)(3x + 2y)$

معادلات

اگر در قیمت‌های معین و خاص دوطرف معادله برابر گردد بنام معادله یاد می‌شود.

مثلاً:

اگر $A = 3a + 4$ و $B = 2a + 6$ باشند، پس داریم: $3a + 4 = 2a + 6$ و $A = B$

تعریف: معادله به مساوات گفته می‌شود که به قیمت‌های خاص و مشخص مجهول هر دو طرف آن باهم برابر گردد.

مثال 1

نشان دهید که رابطه $x + 3 = 3x - 7$ یک معادله را نشان می‌دهد.

حل: دیده می‌شود که مساوات تنها برای $x = 5$ صادق است، اما برای هیچ قیمت دیگر دو طرف را برابر نمی‌سازد، یعنی؛

$$x = 5 \Rightarrow x + 3 = 3x - 7 \Rightarrow (5) + 3 = 3(5) - 7 \Rightarrow 8 = 15 - 7 \Rightarrow 8 = 8$$

مطابقت‌ها

مطابقت یا عینیت به مساوات گفته می‌شود به تمام قیمت‌های دلخواه دو طرف مساوات باهم مساوی گردد.

شاگردان نازنین در اینجا به مهم‌ترین و مشهورترین مطابقت می‌پردازیم.

مشهورترین مطابقت (1): $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

این مطابقت به نام مطابقت مزدوج نیز یاد می‌گردد.

مثال 1

- (a) $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$
 (b) $x^2 - 100 = x^2 - 10^2 = (x - 10)(x + 10)$

مطابقت مشهور (2)

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

این مطابقت بنام مربع مجموع و تفاضل افاده‌های دو حده یاد می‌گردد.

مثال 1

- (a) $(x + 5)^2 \xrightarrow{a=x, b=5} (x + 5)^2 = x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 5^2 = x^2 + 10x + 25$
 (b) $(x + 3)^2 \xrightarrow{a=x, b=3} (x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = x^2 + 6x + 9$
 (c) $(2x + 1)^2 \xrightarrow{a=2x, b=1} (2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$
 (d) $(x - 3)^2 \xrightarrow{a=x, b=3} (x - 3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$

