

راهنمایی آموزشی ریاضی تسریعی الف - دوره یازدهم

اهداف آموزشی؛

شاگردان باید در ختم این رهنمایی آموزشی عناوین از قبیل تناسب مرکب، فیصد، احدیت، تخفیف، ربح ساده و مرکب، اشکال متشابه، مضلعات متشابه، خطوط موازی، قضیه تالسدر مثلث، حالت های تشابه، مثلث ها، حالت اول، حالت دوم، حالت سوم را به خوبی تحلیل کرده بتوانند.

تناسب مرکب؛

دانش آموزان عزیز هدف آموزشی و عنوان را که امروز باید یاد بگیرید تناسب مرکب است باید بیاموزید که تناسب مرکب چیست؟ و در زندگی روزمره چه کاربردی دارد؟

در این درس روش حل ساده و منطقی تناسب مرکب را خواهید آموخت، پس بیایم شروع کنیم، اما قبل از شروع درس انتظار ما این است که شما موضوع تعریف تناسب، تناسب مستقیم و تناسب غیر مستقیم را آموخته باشید.

تعریف تناسب مرکب: تناسب مرکب زمانی استفاده میشود که بیش از یک نسبت یا عامل در سوالات ما دخیل باشد یعنی؛ تساوی بیشتر از دو نسبت را تناسب مرکب می نامند.

مانند؛

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$$

در رابطه فوق a, d, f, h را طرفین و b, c, e, g را وسطین می نامند.

روش حل تناسب مرکب: جهت تحلیل و دریافت جز مجهول در تناسب مرکب به شکل ساده و مفهومی چند مرحله ذیل را در نظر بگیرید.

1. ابتدا تمام عوامل را فهرست کنید. (مثلاً نفر، روز، کار، مقدار و ...)
2. مشخص کردن نسبت ها (یعنی باید تحلیل کنید که آیا نسبت شما مستقیم است یا غیر مستقیم)
3. تبدیل همه نسبت ها به نسبت مستقیم

اگر یک جمع بندی زیبا داشته باشیم به این نتیجه میرسیم ابتدا تمام عوامل را فهرست (لیست) میکنیم، سپس تحلیل میکنیم که نسبت ها مستقیم است یا غیر مستقیم (اگر نسبت ما مستقیم باشد به حالت خودش می نویسیم، اما اگر نسبت غیر مستقیم باشد آن را به نسبت مستقیم تبدیل میکنیم یا آن نسبت را برعکس میکنیم) و در نهایت طرفین وسطین میکنیم.

مثالها؛ برای یادگیری بهتر و آماده شدن برای امتحانات بین المللی موک باید به سه نمونه مثال ذیل توجه کنید.

1. مثالهای ساده (آسان): این سوالات مربوط درس شماسست که یادگیری آن الزامی می باشد.
2. مثالهای متوسط: این سوالات نیز مربوط کتاب مکتب و درس شماسست که باید آن را یاد بگیرید.

3. مثالهای سخت (ثقیل): این سوالات بالاتر از سطح مکتب شماسست. و مخصوص دانش آموزان نخبه و تواناست که یادگیری آن الزامی نیست اما دانش آموزان نخبه می توانند سطح دانش شان را ارتقا بخشد.

مثالها

مثال 1

مصرف انتقال $120kg$ جنس به فاصله $100km$ ، $4000Af$ می گردد، مصرف انتقال $240kg$ جنس در فاصله $80km$ چند می شود؟

حل.

$$\frac{120}{240} \cdot \frac{100}{80} \cdot \frac{4000}{x} \Rightarrow x = \frac{240 \cdot 80 \cdot 4000}{120 \cdot 100} = 6400$$

پس مصرف انتقال $240kg$ جنس در فاصله $80km$ ، $6400Af$ می شود.

مثال 2

10 نفر کارگر $200m^2$ زمین را در 5 روز سنگ فرش می کنند، پس 5 نفر کارگر $100m^2$ زمین را در چند روز سنگ فرش خواهند کرد؟

حل.

$$\frac{10}{5} \cdot \frac{200}{100} \cdot \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 100 \cdot 5}{5 \cdot 200} = 5$$

پس 5 نفر کارگر $100m^2$ زمین را در 5 روز سنگ فرش می کنند.

مثال 3

6 پایه ماشین چاپ 12800 ورق را در 6 ساعت چاپ می کنند، 51200 ورق در 8 ساعت توسط چند ماشین چاپ، چاپ خواهد شد؟

حل.

$$\frac{6}{x} \cdot \frac{12800}{51200} \cdot \frac{6}{8} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 51200 \cdot 8}{12800 \cdot 6} = 32$$

در یافتیم که 51200 ورق در 8 ساعت توسط 32 ماشین چاپ، چاپ می گردد.

فیصد

مثال 1

حل.

$$33 = \frac{495}{15} = \text{تعداد برای هر عضو گروه اول}$$

$$32 = \frac{384}{12} = \text{تعداد ورق برای هر گروه دوم}$$

پس معلوم گردید که برای هر عضو گروه اول، ورق بیشتر می‌رسد.

مثال 2

به مبلغ 500 افغانی (20) جلد کتابچه خریداری گردیده است، تعداد 35 جلد آن چند افغانی می‌گردد.

پاسخ

$$\frac{500}{20} = 25 \Rightarrow \text{قیمت فی جلد کتابچه} ; 25 \cdot 35 = 875$$

در نتیجه تعداد 35 جلد کتاب آن 875 افغانی است.

تخفیف

یکی از مسایل مربوط به تجارت بوده، اغلب اوقات فروشندگان برای جلب مشتری بیشتر اجناس یا کالا را از جنس اصلی آن کمتر به فروش می‌رسانند که این عملیه را تخفیف می‌نامند، و یا تخفیف عبارت از مقدار پولی است که فروشندگان کمتر از قیمت اصلی از مشتری دریافت می‌کند لذا تخفیف نوعی استفاده از فیصد می‌باشد. و تمام مسائل آن به کمک فورمول فیصد حل می‌گردد.

مثال 1

جنسی به ارزش 2400 افغانی به تخفیف 8% فروخته می‌شود شما مقدار تخفیف و قیمت فروش را دریابید.

پاسخ

$$\frac{100}{2400} = \frac{8}{x} \Rightarrow 100x = 19200 / : 100, x = 192$$

مقدار تخفیف آن 192 افغانی و قیمت فروش آن 2208 افغانی است.

مثال 2

جنسی با در نظر داشت 12% تخفیف در برابر پول نقد به مبلغ Af 17600 بفروش رسیده است، قیمت اصلی جنس را دریافت نمایید.

فیصد از کلمه Percentume اشتقاق گردیده، که معنی یک بر صد را می‌دهد، یعنی محاسبه یک عدد از روی صد را فیصد می‌نامند. که با علامه (%) نشان می‌دهند. فیصد در موارد مختلف از قبیل تجارت، بانکداری، زراعت، داروسازی و غیره به کار می‌رود. مثلاً بیست و هشت فیصد را به 28% می‌نویسیم.

خوب میشود که برای فیصد یک فورمول بسازیم و اینطور خواند میشود کل بر صد و جز بر فیصد

فیصد جز 100 کل	=	کل 100 فیصد جز
-----------------------------	---	-----------------------------

مثال 1

30 فیصد کدام عدد 90 می‌گردد.

پاسخ

جز کل

$$\left. \begin{array}{l} 10030 \\ x90 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 100}{30} = 300$$

مثال 2

تعداد شاگردان یک کورس 1000 نفر است، 20% آن چی تعداد شاگرد است؟

پاسخ

$$\frac{100}{20} = \frac{1000}{x} \Rightarrow x = \frac{1000 \cdot 20}{100} = 200$$

احدیت

احدیت یک روش محاسبه برای تناسب مستقیم است، که در معاملات تجارتي و مسایل متنوع محاسبات، ضرورت به تعیین قیمت یک واحد اجناس و یا نرخ یک معیار مشخص بوجود می‌آید. مثلاً اگر قیمت 20 کیلوگرام روغن، 1500 افغانی باشد، مطلوب است دانستن قیمت یک کیلو روغن. و یا اگر 100 نفرکاری را در 5 روز اجرا کنند، یک نفر همان کار را در چند روز انجام می‌دهد. یا چند نفر عین کار را در یک روز انجام خواهند داد. هریک از سولات مطرح شده مربوط احدیت می‌باشد. اگر چه این مسایل، حالات خصوصی از تناسب های مستقیم یا معکوس اند ولی در تحلیل مسایل محاسباتی تقسیم به نسبت، تناسب، ربح، تنزیل و غیره دانستن ارزش یک واحد و یا نرخ معینه معیار واحد (احدیت) اولین مرحله محاسبه است.

به یک گروه شاگردان که 15 نفر عضو دارند، 495 ورق کاغذ و به گروه دوم که 12 نفر عضو دارند، 384 ورق کاغذ داده شده و برای اعضای کدام گروه کاغذ بیشتر می‌رسد؟

$$\left. \begin{array}{l} A = 1000000 \\ n = 4 \text{ year} \\ r = 10\% \\ P = ? \end{array} \right\} P = A(1+r)^n$$

$$P = 253840 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^4 = 10^6 \left(\frac{11}{10}\right)^4$$

$$\Rightarrow 10^6 \frac{11^4}{10^4} = 10^2 \cdot 11^4 \Rightarrow p = 1464100$$

تشابه مثلث ها

مثلث ها زمانی متشابه است که شرایط ذیل را داشته باشد.

1. دو مثلث متشابه هم اند ، در صورتیکه اضلاع شان متناسب باشند.
2. دو مثلث متشابه است اگر دوزاویه دو مثلث دویبدو باهم مساوی باشند.
3. دو ضلع وزاویه بین آن دو ضلع در دو مثلث باهم مساوی باشند ، مثلث ها متشابه اند.

اشکال متشابه

1. دو مثلث باهم انطباق پذیر اند اگر هر سه ضلع آنها باهم مساوی باشند.
2. دو ضلع وزاویه بین دو ضلع یک مثلث باهم مساوی باشند ، مثلث ها انطباق پذیر اند.
3. طول یک ضلع ووسعت دوزاویه مجاور آن باهم مساوی باشد ، مثلث ها انطباق پذیر اند.

مضامنه متشابه

تعریف: دوشکل هندسی زمانی به یکدیگر متشابه اند:

1. تعداد اضلاع آنها مساوی باشد.
2. زوایای شان به یک دیگر انطباق پذیر باشند.

انطباق پذیری مثلث ها

3. اضلاع مربوط شان متناسب باشند

تعریف: دو مضلع زمانی به یکدیگر متشابه اند ، که:

پاسخ

$$\left. \begin{array}{l} 100\% - 12\% = 88\% \\ x17600 \\ 10088 \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 17600}{88} \Rightarrow x = 20000$$

ربح ساده

مفادی که از یک سرمایه معین در یک مدت معین و نرخ معین حاصل می شود ربح ساده نامیده می شود. به یاد داشته باشید که در محاسبه مدت معمولاً به سال محاسبه میشود. طوریکه یک سال 12 ماه و 360 روز در نظر گرفته شده است.

فورمول ربح ساده

$$\text{ربح} = \frac{\text{نرخ} \cdot \text{مدت} \cdot \text{سرمایه}}{100}$$

مثال 1

مفاد مبلغ \$2400 از قرار 4% در مدت 2 سال چند می شود.

$$I = \frac{2400 \cdot 4 \cdot 2}{100} = \frac{24 \cdot 4 \cdot 2}{1} = 192\$$$

پاسخ

در اینجا همان ربح ساده می باشد.

ربح ساده مرکب

اگر مفاد یک سرمایه در مدت معین به شکل دوره پی به اصل سرمایه علاوه گردد و به حیث سرمایه جدید برای دور بعدی به ربح گذاشته شود و این پروسه دوام کند، ربح مرکب نامیده می شود و یا هرگاه مفاد یک سرمایه به اصل سرمایه علاوه و دوباره به مفاد گذاشته شود سرمایه جدید با مفاد که بدست می آید ربح مرکب گفته می شود؛ در صورتی که A سرمایه اولی، r نرخ و p سرمایه نهایی باشند، سرمایه نهایی از رابطه ذیل بدست می آید.

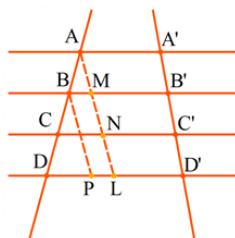
$$n \text{ مدت به سال} \Rightarrow P = A(1+r)^n \text{ سرمایه قبلی} = \text{سرمایه نهایی}$$

$$\Rightarrow S = P - A \text{ سرمایه اولی} - \text{سرمایه نهایی} = \text{مفاد}$$

مثال 1

سرمایه \$1000000AF به نرخ 10% بعد از مدت 4 سال از قرار ربح مرکب چند نفع می دهد، سرمایه نهایی آنرا معین کنید.

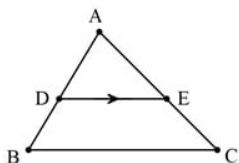
پاسخ



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}$$

قضیه تالس در مثلث

قضیه 1: هرگاه از یک نقطه یک ضلع مثلث یک خط طوری رسم شود که با یک ضلع مثلث موازی باشد پس دو ضلع دیگر مثلث را به گونه متناسب تقسیم می کند.

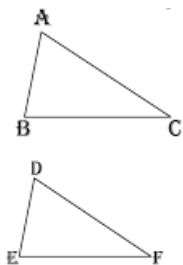


$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DB}{BC}$$

حالت های تشابه مثلث ها

حالت اول: هرگاه دو مثلث دو زاویه مساوی داشته باشد؛ پس مثلث ها باهم مشابه است.
حالت دوم: اگر دو ضلع یک مثلث با دو ضلع مثلث دیگر متناسب و زاویه ما بین این دو ضلع باهم انطباق باشد مثلث ها باهم مشابه اند.
حالت سوم: اگر سه ضلع یک مثلث با سه ضلع مثلث دیگر متناسب باشد؛ آن دو مثلث باهم مشابه اند.



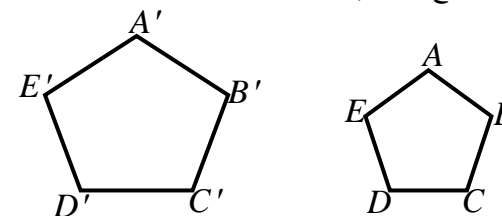
$$\hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{E}, \hat{C} = \hat{F}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = k$$

در این صورت می نویسیم:

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

1. تعداد رأس های شان باهم مساوی باشند.
2. تمام زوایای مربوطه به یکدیگر انطباق پذیر باشند.
3. تمام اضلاع مربوطه دو مضلع متناسب باشند.



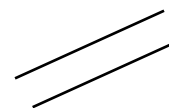
مضلعات $A = \pi r^2$ و $P = 2\pi r = \pi d$, $d = 2r$, $\pi \approx 3.14$ متشابه اند چون که:

$$A \cong A', B \cong B', C \cong C', D \cong D', E \cong E'$$

$$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

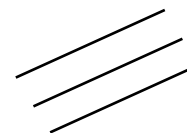
خطوط موازی

دو خط مستقیم موازی اند اگر خود خطوط و یا امتداد شان نقطه مشترک نداشته باشند که فاصله بین این دو خط در تمام نقاط مساوی می باشد.



نکات مهم

1. اگر دو خط همزمان با یک خط سوم موازی باشد بین خود نیز موازی است.



قضیه تالس

هرگاه دو یا چندین قطعه خط موازی توسط دو خط قاطع قطع گردند، بروی آنها قطعات متناسب جدا می کنند.