

راهنمایی آموزشی ریاضی - تسریعی الف

### خواص عملیه های اعداد نسبتی

اعداد نسبتی یا کسری دارای خاصیت های ذیل می باشد،

#### 1. خاصیت تبدیلی

یعنی جای دو عدد را عوض کنیم، که به زبان ساده می توان گفت: خاصیت تبدیلی در عملیه جمع و ضرب اعداد نسبتی صدق می کند، اما در عملیه تفریق و تقسیم صدق نمی کند.

#### مثال 1

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{2} = \frac{3+10}{4} = \frac{13}{4}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{4} = \frac{10+3}{4} = \frac{13}{4}$$

لذا؛  $\frac{13}{4} = \frac{13}{4}$  است

$$\frac{7}{1} - \frac{1}{1} - \frac{7}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{7}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$$

لذا؛  $7 \neq \frac{3}{14}$  است پس صدق نمی کند

#### 2. خاصیت اتحادی

یعنی وقتی چند عدد را با هم جمع یا ضرب مهم نیست کدام دو عدد را اول حساب کنیم، چون حاصل تغییر نمی کند. این خاصیت در عملیه جمع و ضرب اعداد نسبتی صدق می کند، اما در عملیه تفریق و تقسیم صدق نمی کند.

#### مثال 1

$$\frac{2}{5} + \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{5} + \left(\frac{5+6}{10}\right) = \frac{2}{5} + \frac{11}{10} = \frac{4+11}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right) = \frac{1}{2} + \left(\frac{2+3}{5}\right) = \frac{1}{2} + \frac{5}{5} = \frac{5+10}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

#### 3. خاصیت توزیعی

به صوت ساده به این معنا اگر یک عدد در حالت ضرب با یک قوس باشد، می توان آن عدد به تمام عدد داخل قوس ضرب کرد.

خاصیت توزیعی در عملیه ضرب بالای جمع و تفریق صدق می کند، اما خاصیت توزیعی تقسیم بالای جمع و تفریق صدق نمی کند.

#### مثال 1

$$\frac{3}{4} \div \left(\frac{7}{4} + \frac{2}{4}\right) = \frac{3}{4} \div \frac{7+2}{4} = \frac{3}{4} \div \frac{9}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4} \div \left(\frac{7}{4} + \frac{2}{4}\right) = \frac{3}{4} \div \frac{7}{4} + \frac{3}{4} \div \frac{2}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{4} \times \frac{4}{2} =$$

$$\frac{12}{28} + \frac{12}{16} = \frac{3}{7} + \frac{3}{4} = \frac{12+21}{28} = \frac{33}{28}$$

#### تبدیل عدد نسبتی به اعشاری و برعکس آن

به صورت کل دو حالت ذیل را در نظر می گیریم

حالت اول: برای تبدیل اعداد کسری (نسبتی) به اعشاری کافی است صورت را تقسیم مخرج نمایم

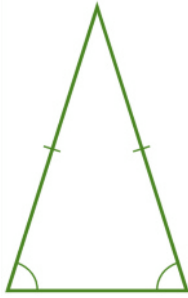
#### مثال 1

$$1) \frac{25}{3} = 3,125$$

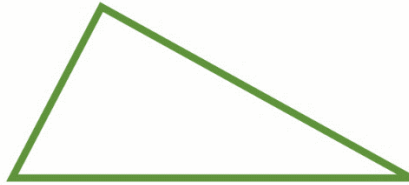
$$2) \frac{3}{5} = 0,6$$

نکته مقبول: هرگاه در مخرج کسر عدد 10 و طاقت های عدد 10 باشد کافی است خانه ی اعشاری را به تعداد صفر مخرج به سمت چپ انتقال دهیم.

$$1) \frac{45}{10} = 4,5$$



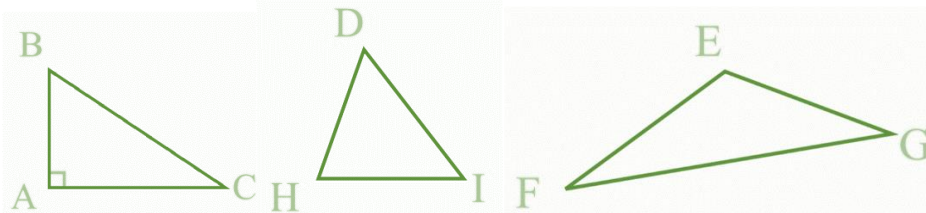
3) مثلث که سه ضلع آن باهم مساوی نباشد به نام مثلث مختلف الاضلاع یاد می شود.



### اقسام مثلث از حیث زاویه

مثلث از نگاه زاویه به سه نوع است:

- 1) مثلث که در آن یک زاویه آن مساوی به 90 درجه باشد، به نام مثلث قائم الزاویه یاد می شود. (ABC)
- 2) مثلث که در آن تمام زاویه های آن کوچک از 90 درجه باشد، به نام مثلث حاده الزاویه یاد می شود. (DHI)
- 3) مثلث که در آن یک زاویه آن بزرگ تر از 90 درجه باشد، به نام مثلث منفرج الزاویه یاد می شود. (EFG)



$$2) \frac{357}{100} = 3,57$$

حالت دوم: برای تبدیلی عدد اعشاری به کسری، عدد را بدون در نظر گرفتن خانه ی اعشاری آن در صورت می نویسیم و در مخرج، به جای خانه ی اعشاری عدد یک و به تعداد اعداد اعشاری در مخرج صفر اضافه می کنیم.

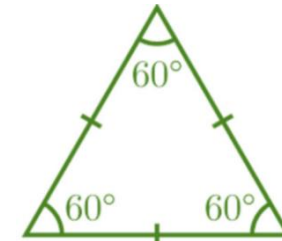
$$1) 5,7 = \frac{57}{10}$$

$$2) 0,35 = \frac{35}{100}$$

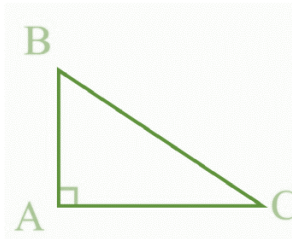
### اقسام مثلث از حیث اضلاع

مثلث ها از نگاه اضلاع به سه نوع است:

- 1) مثلث که سه ضلع آن باهم مساوی باشد به نام مثلث متساوی الاضلاع یاد می شود و در آن سه زاویه آن باهم مساوی است.



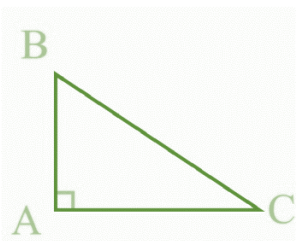
- 2) مثلث که دو ضلع آن باهم مساوی باشد به نام مثلث متساوی الساقین یاد می شود که در آن دو ضلع مساوی را ساق مثلث و ضلع سوم را به نام قاعده مثلث یاد می شود.



مثال 1

در مثلث قائم الزاویه، اندازه یکی از زاویه آن  $40^\circ$  اندازه زاویه دوم و سوم را پیدا کنید؟

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180$$



$$= 90^\circ + 40^\circ + \hat{C} = 180^\circ$$

$$= \hat{C} + 130^\circ = 180^\circ$$

$$= \hat{C} = 180^\circ - 130^\circ$$

$$= \hat{C} = 50^\circ$$

### زاویه خارجی یک مثلث

تمام نکات مهم این موضوع:

- زاویه خارجی زاویه است که از امتداد یافته یک ضلع با ضلع دیگر مثلث تشکیل شود.
- اندازه زاویه خارجی مساوی به مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور همان مثلث است.
- مجموع زاویه خارجی یک مثلث همیشه  $360^\circ$  است.

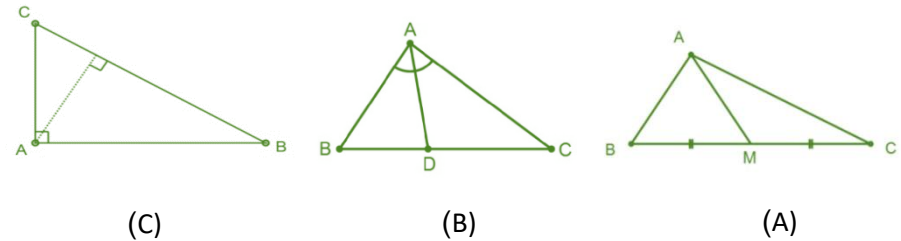
### میان، ارتفاع و ناصف الزاویه مثلث

سه موضوع فوق را به زبان ساده چنین تعریف می کنیم

میان: خطی است که نقطه نصف یک ضلع را به راس مقابل وصل می کند. شکل (A)

ارتفاع: خطی است که از راس بالای ضلع مقابل عمود رسم شود. شکل (C)

ناصف الزاویه: خطی است که زاویه یک مثلث را نصف می کند. شکل (B)



نکته مهم: یک مثلث سه میان، سه ارتفاع و سه ناصف الزاویه دارد، و هم چنان میان، ارتفاع و ناصف الزاویه های یک مثلث در یک نقطه همدیگر را قطع می کنند.

### مجموع زاویه های داخلی مثلث

مجموع زاویه داخلی یک مثلث مساوی به  $180$  درجه است.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180$$

تمام نکات مهم:

- مضلع که زاویه و اضلاع آن باهم مساوی باشد به نام منظم یاد می شود.
- مضلع که زاویه و اضلاع آن باهم مساوی نباشد به نام غیر منظم یاد می شود.
- در یک مضلع هیچ یکی از دو خط به امتداد یک خط مستقیم قرار ندارد.
- نقطه تقاطع دو خط را به نام راس مضلع گویند.

### مجموع زاویه داخلی و خارجی یک مضلع

دو نکته را به حافظه تان بسپارد:

- مجموع زاویه داخلی یک مضلع از رابطه  $S = (n - 2) \times 180$  پیدا می شود که در آن  $n$  تعداد ضلع یک مضلع است.
- مجموع زاویه خارجی یک مضلع همیشه 360 درجه است.

#### مثال 1

مجموع زاویه داخلی و خارجی پنج ضلعی را پیدا کنید؟

حل a: در رابطه به جای  $n$  قیمت گذاری می کنیم:

$$S = (n - 2) \times 180^\circ$$

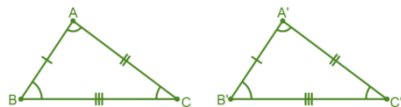
$$S = (5 - 2)180^\circ$$

$$S = 540^\circ$$

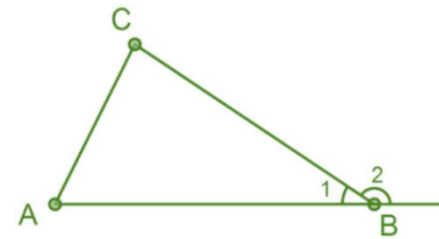
حل b: مجموع زاویه خارجی هر مضلع مساوی به  $360^\circ$  است.

### اشکال انطباق پذیر

دو شکل هندسی زمان باهم انطباق پذیر است که تمام اجزای یک شکل (زاویه و ضلع) با اجزای شکل دیگر برابر باشد. یا به عبارت ساده تر دو شکل



$$\left. \begin{array}{l} I) \left\{ \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right. \quad II) \left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{array} \right. \end{array} \right\} I, II \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$



$$\hat{B}2 = \hat{C} + \hat{A}$$

### رابطه بین اضلاع یک مثلث

زمان یک مثلث می شود که مجموع دو ضلع آن بزرگ تر از ضلع سوم شود.

#### مثال 1

مثلث را رسم کنید که اضلاع آن 3cm, 6cm و 8cm باشد؟

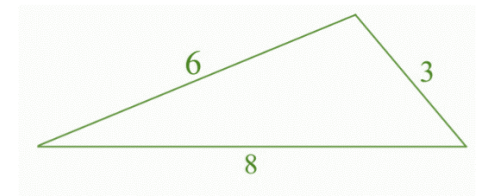
حل: اول بررسی کنیم که مثلث تشکیل می شود یا خیر؟

$$3 + 6 = 9 \quad ; \quad 9 > 8$$

$$3 + 8 = 11 \quad ; \quad 11 > 9$$

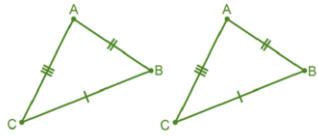
$$6 + 8 = 14 \quad ; \quad 14 > 3$$

دیده می شود که مجموع دو ضلع بزرگ تر از ضلع سوم است پس مثلث تشکیل می شود

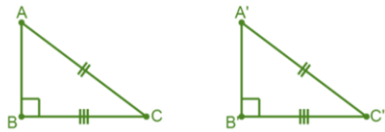


### چند ضلعی ها (مضلع)

چند ضلعی ها عبارت از شکل بسته است که از تقاطع چند قطع خط تشکیل می شود.

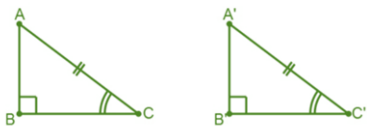


4. اگر وتر و یک ضلع یک مثلث قائم الزاویه با وتر و یک ضلع مثلث قائم الزاویه دیگری مساوی باشند، این دو مثلث باهم انطباق پذیر اند.



$$\left. \begin{array}{l} AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

5. اگر وتر و یک زاویه حاده یک مثلث قائم الزاویه با وتر و یک زاویه حاده مثلث قائم الزاویه دیگری مساوی باشند، این دو مثلث باهم انطباق پذیراند.



$$\left. \begin{array}{l} AC = A'C' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

### خطوط موازی و عمود

دو

#### خطوط موازی

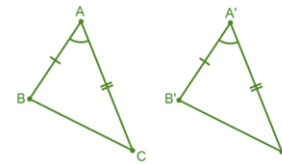
خط مستقیم زمانی باهم موازی گفته می شود، که نه خود خطوط و نه امتداد یافته شان نقطه مشترک داشته باشد. موازی بودن را توسط علامت ( || ) نشان می دهند.

هندسی زمانی باهم دیگر انطباق پذیر است که همدیگر خویش را بپوشاند انطباق پذیری دو شکل را توسط علامت (  $\cong$  ) نشان می دهند.

### انواع انطباق پذیری مثلث ها

مثلث ها در حالت های ذیل باهم انطباق پذیر است.

1. اگر دو ضلع و زاویه بین این دو ضلع از یک مثلث، با دو ضلع و زاویه بین آن دو ضلع از مثلث دیگر مساوی باشند، این دو مثلث باهم انطباق پذیر اند.

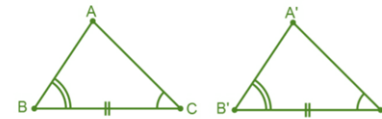


$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ \hat{A} = \hat{A}' \\ AC = A'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

2. اگر در بین دو مثلث دو زاویه و ضلع بین آن

ها باهم مساوی باشند، این دو مثلث باهم انطباق پذیر اند.

3. اگر سه ضلع یک مثلث با سه ضلع مثلثی



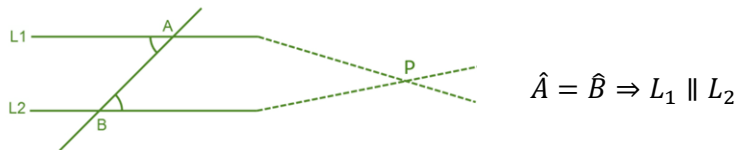
$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \\ BC = B'C' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

مساوی باشند، این دو مثلث باهم اند. که به طوری مختصر بصورت ( ) نشان می دهد.

دیگری انطباق پذیر ض ض ض

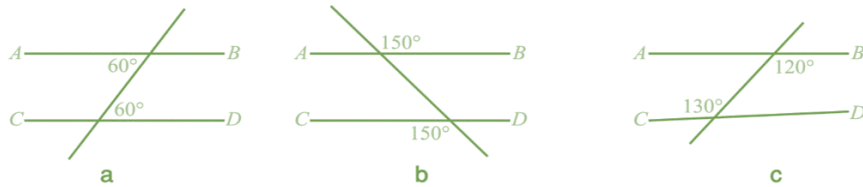
اگر دو خط توسط یک خط طوری قطع شوند که دو زاویه متبادله مساوی را بسازند، این دو خط باهم موازی است.



در

مثال 1

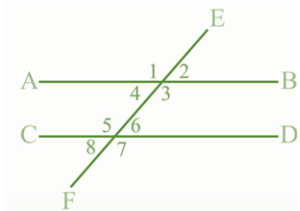
هر یک از شکل های زیر کدام دو خط AB و CD باهم موازی اند؟



حل: خطوط AB و CD در شکل a و b موازی است چون که زوایای متبادله مساوی دارد اما در شکل c موازی نیست چون زوایای متبادله متفاوت دارد.

## زوایای متواافقه

اگر دو خط موازی توسط یک قاطع قطع گردد زوایای متواافقه مساوی را می سازند.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{1} = \hat{5} \\ \hat{2} = \hat{6} \\ \hat{4} = \hat{8} \\ \hat{3} = \hat{7} \end{array} \right\} \text{متواافقه است}$$

زوایای متواافقه دارای مشخصات ذیل است

- در یک طرف قاطع قرار دارد.
- یکی داخلی و یکی خارجی است.
- راس مشترک ندارد.

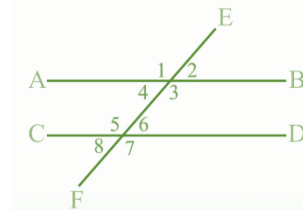
نکته: اگر دو خط مستقیم توسط خط طوری قطع شوند که زاویه متواافقه مساوی را بسازند، این دو خط باهم موازی است.

خطوط عمود: دو خط زمان باهم عمود گفته می شود، که زاویه بین آن ها یک زاویه قائمه (90°) باشد یا خط است که به امتداد تار شاقول باشند. عمود بودن را توسط علامت (⊥) نشان می دهند.



## زوایای متبادله داخلی و خارجی

اگر دو خط مستقیم توسط یک قاطع قطع گردد هشت زاویه در اطراف نقاط تقاطع بوجود می آید، که چهار زاویه متبادله داخلی و چهار زاویه متبادله خارجی می سازند که دو به دو باهم مساوی است.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{3} = \hat{5} \\ \hat{4} = \hat{6} \end{array} \right\} \text{زوایای متبادله داخلی}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{2} = \hat{8} \\ \hat{1} = \hat{7} \end{array} \right\} \text{زوایای متبادله خارجی}$$

زوایای متبادله دارای مشخصات ذیل است (اگر بطور سس بطور ساده یاد بگیریم)

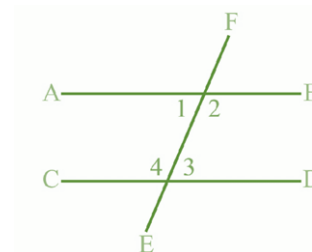
- در دو طرف قاطع قرار دارد.
- هر دو داخلی یا هر دو خارجی است.
- راس مشترک ندارد.

نکته: در شکل مقابل زوایای 2، 8 و 1، 7 زوایای متبادله خارجی و زوایای 3، 5 و 4، 6 زوایای متبادله داخلی است.

موازی بودن دو خط در صورت که زوایای متبادله باهم مساوی باشند

**زوایای متممه داخلی یک طرف خط قاطع**

اگر دو خط موازی توسط یک قاطع قطع گردد، دو زاویه داخلی یک طرف خط قاطع را به نام زوایای متممه داخلی یک طرف خط قاطع یاد کنند که مجموع شان مساوی به  $180^\circ$  درجه می باشد.



$$\hat{1} + \hat{4} = 180^\circ$$

$$\hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$$

نکته: اگر یک خط قاطع با دو خط مستقیم، دو زاویه متممه داخلی یک طرف خط قاطع را بسازد، این دو خط باهم موازی اند.