

راهنمایی آموزشی ریاضی - تسریعی الف

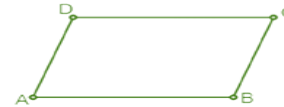
چهار ضلعی ها Quadrilaterals

چهار ضلعی ها شامل متوازی الاضلاع، مستطیل، مربع، لوزی و ذوزنقه است که مستطیل، مربع و لوزی از جمله متوازی الاضلاع اند زیرا تمام خاصیت های متوازی الاضلاع را دارند.

1. متوازی الاضلاع

1. چهار ضلعی است که اضلاع مقابل آن دو به دو باهم موازی و مساوی می باشند.

$$\begin{cases} AB \parallel DC, AD \parallel BC \\ \hat{A} = \hat{C}, \hat{D} = \hat{B} \end{cases}$$



خواص متوازی الاضلاع

- در متوازی الاضلاع قطر ها همدیگر را نصف می کند.
- در متوازی الاضلاع اضلاع مقابل باهم مساوی اند.
- در متوازی الاضلاع زاویه های مقابل باهم مساوی اند.

نکته: اگر یک چهار ضلعی یکی از خواص بالا را داشته باشد چهار ضلعی متوازی الاضلاع است.

2. مستطیل

چهار ضلعی است که اضلاع مقابل دو به دو باهم مساوی و موازی اند و هر چهار زاویه آن 90° باشند.

خواص مستطیل:

$$\begin{cases} AB \parallel DC, AD \parallel BC \\ \hat{A} = \hat{C}, \hat{D} = \hat{B} \end{cases}$$

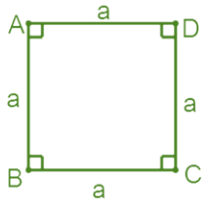
در اضلاع مقابل باهم مساوی اند.

- در مستطیل زاویه های مقابل باهم مساوی اند.
- قطر مستطیل باهم مساوی اند و یک دیگر را نصف می کنند.

نکته: اگر قطرهای یک متوازی الاضلاع باهم مساوی باشند مستطیل است.

3. مربع

چهار ضلعی است که چهار ضلعی آن باهم مساوی و موازی باشد و هر چهار زاویه آن 90° می باشند.



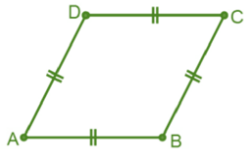
خواص مربع

- در مربع تمام اضلاع باهم مساوی اند.
- در مربع تمام زاویه ها باهم مساوی اند.
- قطر مربع باهم مساوی اند و یک دیگر را نصف می کنند.

4. لوزی یا معین

چهار ضلعی است که هر چهار ضلع آن باهم مساوی و زوایای مقابل آن باهم مساوی باشند.

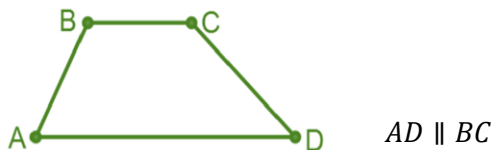
خواص لوزی



- در لوزی همچنان تمام اضلاع باهم مساوی اند.
- در لوزی زاویه های مقابل باهم مساوی است.
- در لوزی قطر ها زاویه راس را نصف می کنند.
- در لوزی قطر ها باهم عمود است و یک دیگر را نصف می کنند.

5. ذوزنقه یا منصرف

چهار ضلعی است که فقط دو ضلع مقابل آن باهم موازی باشند. اضلاع موازی قاعده ذوزنقه و اضلاع غیر موازی ساق های ذوزنقه است.



روش های جمع آوری اطلاعات

برای جمع آوری معلومات، ابتدا جامعه احصایوی خود را مشخص کرده و سپس با استفاده از روش های زیر معلومات را جمع آوری می کنیم:

مثال 1

- از روش پرسش کتبی یا شفاهی
- از روش مشاهده و ثبت وقایع

➤ از روش انجام آزمایش

➤ استفاده از معلومات از پیش تهیه شده

مثال 1

1. اگر بخواهیم درآمد خانواده متعلمین را بدانیم ممکن است شاگردان خوش نداشته باشند معلومات دهند. (پرسش شفاهی یا کتبی)
2. در بررسی نمرات ریاضی یک صنف امکان دارد که متعلمین نمرات واقعی خود را نگویند. (از دفاتر ثبت شده یا معلومات از پیش تهیه شده)
3. اگر بخواهیم تعداد خواهران و برادران شاگردان را بدانیم. (پرسش شفاهی یا کتبی)
4. اگر بخواهیم وزن نوزادان را بدانیم. (اندازه گیری وزن)
5. در بررسی رفتار حیوانات در شب. (مشاهده و ثبت وقایع)
6. در بررسی تعداد افراد با سواد یک. (پرسش شفاهی یا کتبی)

جامعه و نمونه

جامعه: در یک بررسی، همه افراد و اشیایی که از آن ها اطلاعات مورد نیاز را دریافت می کنیم، جامعه می نامیم.

رای پرسی همگانی: اگر اطلاعات را از همه اعضای جامعه به دست آوریم، این عمل را رای پرسی همگانی گویند. معمولاً در رای پرسی همگانی با مشکلات زیر مواجه می شویم:

➤ کمبود وقت

➤ مشکلات اقتصادی

➤ در دسترس نبودن همه اعضای جامعه

نمونه: بخشی از اعضای جامعه است. نمونه از یک جامعه، باید خاصیت و صفات کل جامعه داشته باشد.

1. یک مشت برنج، نمونه بی از یک بوجی برنج است.
2. شاگردان صنف هفتم مکتب شما نمونه بی از شاگردان صنف هفتم افغانستان است.
3. گندم نمونه بی از محصولات زراعتی افغانستان است.
4. میزان تحصیلات اعضای خانواده شما. (جامعه، اعضای خانواده است)
5. تعداد خواهران و برادران شاگردان صنف شما. (جامعه، شاگردان است)
6. مدت زمان عبور موترها از یک سرک. (جامعه، موترها است)

نمونه تصادفی

برای آن که یک نمونه، نشان دهنده یک جامعه و دارای خصوصیات جامعه باشد، باید خصوصیات زیر را داشته باشند:

- امکان انتخاب هر فرد و یا شی به عنوان عضوی از نمونه امکان پذیر باشد.
- قبل از انتخاب نمونه نتوانم درباره اعضای نمونه قضاوت کنیم.
- تمام اعضای جامعه به عنوان یک نمونه سهم برابر داشته باشد.

مثال 1

کدام یکی از نمونه های زیر یک نمونه تصادفی است؟

1. هر فرد که ساعت 5 از سرک عبور می کند. (یک نمونه تصادفی است؛ زیرا از قبل سواد افراد که از سرک عبور می کند را نمی توان پیش بینی کرد)
2. معلمان یک مکتب. (یک نمونه غیر تصادفی است؛ زیرا از قبل نتیجه می توان پیش بینی کرد)

متحول تصادفی و انواع آن

اگر اطلاعات جمع آوری شده از موضوع مورد مطالعه از یک عضو جامعه به عضو دیگر قابل پیش بینی نباشد، موضوع را متحول تصادفی می نامیم. متحول تصادفی به دو نوع است:

1. متحول کمی یا عددی: هرگاه اطلاعات را با عدد بیان نماییم، متحول کمی گویند. متحول کمی نیز به دو نوع اند:
اگر نتوانیم بین دو واحد پشت سرهم عدد پیدا کنیم، آن متحول را کمی مجزا می نامیم. اگر بتوانیم بین دو واحد پشت سری هم عدد پیدا کنیم، آن متحول را کمی پیوسته می نامیم
2. متحول کیفی یا توصیفی: هرگاه اطلاعات را توصیف و بدون عدد بیان نماییم، متحول کیفی گویند.

جدول کثرت Frequency Table

تکرار وقوع یک حادثه را به نام کثرت یاد می کنند و در هر بررسی با منظم کردن داتاها جدولی تشکیل می شود که آن را بنام جدول کثرت یاد می کنند.

مجموع کثرت داتاها در یک نمونه برابر با کل داتاها یا تعداد اعضای نمونه می باشد؛ اگر f_1 کثرت دیتای اول، f_2 کثرت دیتای دوم، ... f_n کثرت دیتای n -ام و تعداد کل داتاها مساوی به n باشد؛ پس:

$$n = f_1 + f_2 + \dots + f_n$$

مثال 1

حادثه که از نگاه عددی قابل اندازه نباشد از کلمه چانس استفاده می شود یک حادثه را می توان با سه درجه « حتمی»، « ممکن» و « ناممکن» و یا با کلمات معادل آن ها؛ صد فیصد، شاید و هیچ، ارزیابی کرد و با کاربرد کلمه چانس آن را پیش بینی نمود.

مثال 1

کلمات حتمی، ممکن، ناممکن، شاید، صد فیصد، و صفر فیصد را مقابل جمله های زیر در جاهای خالی مناسب بنویسید:

- (1) زمستان پس از خزان می آید. (حتمی، صد فیصد)
- (2) افتاب از غرب طلوع می کند. (ناممکن، صفر فیصد)
- (3) مرغ همسایه ما یک چشم دارد. (ممکن، شاید)
- (4) از آسمان صاف همیشه باران می بارد. (ناممکن، صفر فیصد)
- (5) روز بعد از شب می آید. (حتمی، صد فیصد)
- (6) گوسفند چوچه نمی دهد، تخم می دهد. (شما بگوید)

تجربه کردن یک اتفاق

هرگاه چانس یک اتفاق با اعداد و ارقام بیان گردد بنام احتمال حادثه اتفاق یاد می شود طوری که احتمال واقعه ناممکن را 0% و یا 0 و احتمال واقعه ممکن را 100% یا 1 نشان می دهند. احتمال وقوع واقعه های ممکن بین اعداد 0 و 1 واقع می گردد.

مثال 1

بازی چرخ طالع بجنکان را طوری در نظر میگیریم که قرار شکل دوران عقربه ساعت بالای نواحی رنگ ایستاده می شود. فیصدی احتمال واقعات عقربه را بعد از دوران بالای رنگ های زیر در یافت کنید.



- (1) احتمال اینکه بالای رنگ نارنجی ایستاده شود، 50% است.
- (2) احتمال اینکه بالای رنگ سرخ ایستاده شود، 25% است.
- (3) احتمال اینکه بالای رنگ سبز و آبی ایستاده شود، هم 25% است.
- (4) احتمال اینکه بالای رنگ سیاه ایستاده شود، 0% است.

مد نمرات شاگرد را حساب کند.

حل: مد نمرات شاگرد عدد 91 است؛ زیرا بیشتر از بقیه داتاها آمده است.

یادداشت: ممکن است یک مجموع از اطلاعات داده شده یک یا بیشتر از یک مد داشته باشد و یا هم هیچ مد نداشته باشد.

مثال 1

مد را در ست های زیر دریافت نمایید.

$$A = \{17, 18, 18, 21, 18\}$$

$$B = \{1, 4, 10, 61\}$$

$$C = \{0, 9, 8, 5, 9, 10, 8\}$$

➤ A مد مساوی 18 است.

➤ B مد ندارد.

➤ C مد 8 و 9 است.

اوسط Mean

اوسط چند عدد را می توانیم از حاصل جمع کمیات تقسیم بر تعداد شان بدست آورد. اگر n دیتا داشته باشیم و آن را ب x_1, x_2, \dots, x_n نشان دهیم و اوسط آن را به \bar{X} داریم:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

مثال 1

در آمد ماهانه 6 نفر از اعضای یک خانواده قرار زیر است:
افغانی، 10000 افغانی، 8000 افغانی، 5000 افغانی، 15000 افغانی، 3500 افغانی

➤ مجموع در آمد این خانواده را پیدا کنید.

➤ اوسط در آمد ماهواری این خانواده را پیدا کنید.

$$n = 5000 + 10000 + 8000 + 5000 + 15000 + 3500 = 46500$$

$$\bar{X} \text{ اوسط} = \frac{46500}{6} = 7750$$

چانس

احتمال

این موضوع در ریاضی به بررسی و تحلیل رویدادهایی می پردازد که ممکن است در آینده اتفاق بیفتند یا نیفتند. این بررسی به اساس احتمال انجام می شود. برای فهمیدن بهتر این موضوع به مثال زیر توجه نمایید:

مثال 1

نتایج مسابقات تیم های ورزشی افغانستان در پنج سال اخیر نشان می دهند، که تیم تکواندوی دختران در مسابقات منطقه پی برنده نبوده اند؛ برای پیش بینی نتیجه در مسابقات منطقه پی امسال، به جمله های زیر با کلمات صحیح و یا غلط جواب دهید:

1) بر اساس نتایج سال های گذشته احتمال برنده شدن تیم دختران در مسابقات امسال چقدر است؟

جواب: چون تیم دختران در هیچ یک از پنج سال گذشته برنده نبوده است، احتمال برنده شدن امسال برابر است با: $\frac{0}{5} = 0$

ولی چون در بیان احتمال، یک پیش بینی انجام می شود، این پیش بینی ممکن است صحیح نباشد، یعنی تیم دختران امکان برنده شدن را نیز دارند.

تجربه تصادفی

یک حادثه که هنوز نتایج آن به صورت قطعی معلوم نشده و به صورت اتفاقی اتفاق افتاده است تجربه تصادفی می گویند.

مثال 1

برای انتخاب نماینده صنف از راه قرعه کشی، شش تن از متعلمین علاقه مند نام های خود را در ورقه های کوچک کاغذی نوشته و داخل یک جعبه می اندازد.

از میان جعبه یک ورقه را پی طرفانه بر می داریم. این پروسه جمعاً یک تجربه تصادفی است. اما اگر شش نفر نامزد نباشد و تنها یک نفر نامزد باشد، آیا گفته می توان که این تجربه تصادفی است؟ خیر؛ زیرا نتیجه آن از پیش بینی معلوم است.

و هم چنان در مثال انداختن سکه که هر دو طرف آن یکسان است. تجربه تصادفی نیست زیرا نتیجه آن از پیش بینی معلوم می شود.

فضای نمونه و یا نتیجه

تمام نتایج ممکن یک تجربه تصادفی را در یک مجموعه یا ست نشان دادن می توانیم که به نام فضای نمونه یاد می شود. فضای نمونه را به حرف S معمولاً نشان می دهند.

هر عضو فضای نمونه، یک نتیجه ممکن همان تجربه تصادفی است که به نام حوادث اولیه یا می کنند.

مثال 1

فضای نمونه و تعداد نتایج ممکن را برای انداختن یک دانه رمل یا تاس بنویسید.

برای یک دانه رمل، فضای نمونه شامل تمام عدد های است که ممکن است در یک بار انداختن ظاهر شود.

فضای نمونه $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

نتایج ممکن 6 است، چون رمل دارای شش وجه است.

احتمال نظری

احتمال که از روی فضای نمونه، نسبت حالات مساعد بر تعداد کل حالات یک تجربه بدست می آید، به نام احتمال نظری یاد می گردد.