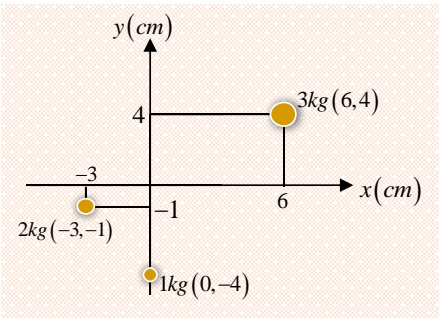




مثال 1. مختصات مرکز کتله سیستم ذیل را دریابید.



حل.

$$M(x_{cm}, y_{cm})$$

$$x_{cm} = \frac{[3kg \cdot 6cm + 2kg \cdot (-3cm) + 1kg \cdot 0]}{(3kg + 2kg + 1kg)}$$

$$= \frac{(18kg \cdot cm - 6kg \cdot cm)}{6kg}$$

$$= \frac{(12kg \cdot cm)}{(6kg)} = \boxed{2cm}$$

$$y_{cm} = \frac{[3kg \cdot 4cm + 2kg \cdot (-1cm) + 1kg \cdot (-4cm)]}{(3kg + 2kg + 1kg)}$$

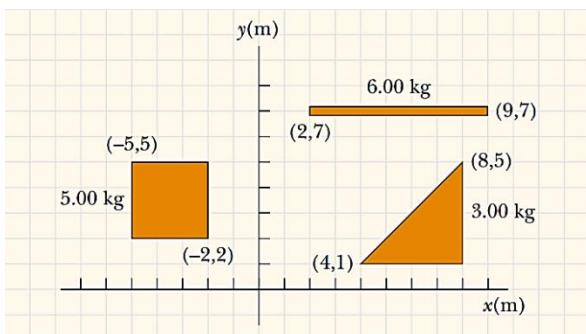
$$= \frac{(12kg \cdot cm - 2kg \cdot cm - 4kg \cdot cm)}{6kg}$$

$$= \frac{(6kg \cdot cm)}{(6kg)} = \boxed{1cm}$$

در نتیجه مختصات مرکز کتله طور ذیل می باشد.

$$M(2,1)$$

مثال 2. به شکل ذیل توجه نمائید، مختصات مرکز کتله را دریابید.



داشته باشد، همیشه عین قیمت را دارد. مومنت دوران در یک زوج قوه برای قوه‌های  $F_1 = F_2 = F$  که از هم‌دیگر به فاصله  $d$  قرار شکل ذیل عمل می‌کند، دارای قیمت ذیل است.

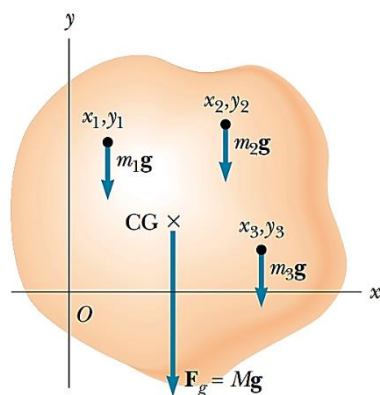
### مرکز ثقل

مرکز ثقل یک جسم نقطه‌ای است که تصور می‌شود، تمام وزن جسم در همان نقطه جمع شده باشد و یا به عباره دیگر نقطه تأثیر محصله اوزان تمام ذرات یک جسم را مرکز ثقل همان جسم گویند.

- ☉ مرکز ثقل دایره و کره مراکز آن‌ها است.
- ☉ مرکز ثقل مربع، مستطیل، لوزی و متوازی الاضلاع نقطه تقاطع اقطار شان اند.
- ☉ مرکز ثقل مثلث نقطه تقاطع میانه‌های آن که به اندازه  $1/3$  حصبه میانه از قاعده و  $2/3$  حصبه میانه از رأس مقابل آن واقع می‌باشد.
- ☉ مرکز ثقل ذوزنقه در نقطه تقاطع خط موصول مراکز ثقل مثلث‌ها و خط موصول تقاطع تنصیف دو ضلع موازی آن قرار دارد.
- ☉ مرکز ثقل استوانه در نقطه تنصیف خط موصول مراکز دوایر قاعدتین آن است.
- ☉ مرکز ثقل هرم و مخروط  $1/4$  حصبه از قاعده و  $3/4$  حصبه از رأس آن‌ها واقع است.

### مرکز ثقل یک سیستم که از چندین کتله واحد ساخته شده است

اگر در ساختار یک جسم چندین جسم با کتله‌های متفاوت بکار رفته باشد، در این صورت مرکز ثقل جسم که بنام مرکز کتله آن نیز یاد می‌شود، قرار ذیل تعریف می‌گردد نقطه‌ای که فرض می‌شود، همه کتله یک جسم در آن نقطه متمرکز شده است، بنام مرکز کتلوی آن جسم گفته می‌شود، که اگر فاصله به  $cm$  اندازه شود، مختصات آن را قرار ذیل دریافت می‌کنیم.



$$M(x_{CM}, y_{CM})$$

$$x_{CM} = \frac{(m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots)}{(m_1 + m_2 + \dots)} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

$$y_{CM} = \frac{(m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots)}{(m_1 + m_2 + \dots)} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}$$



$$M_t(6.67m, 2.34m)$$

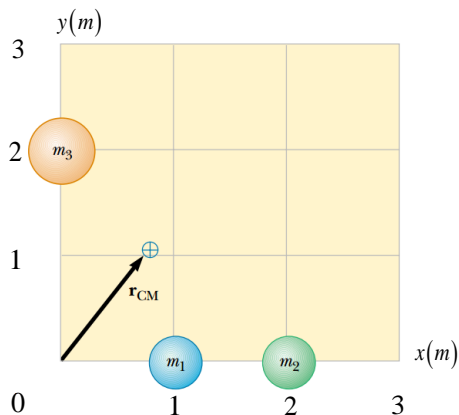
و حالا داریم که:

$$\begin{aligned} M(x_M, y_M) \\ x_M &= \frac{[6kg \cdot 5.5m + 5kg \cdot (-3.5m) + 3kg \cdot 6.67m]}{(6kg + 5kg + 3kg)} \\ &= \frac{(33kg \cdot m - 17.5kg \cdot m + 20.01kg \cdot m)}{(14kg)} \\ &= \frac{(35.51kg \cdot m)}{(14kg)} = \boxed{2.54m} \\ y_M &= \frac{(6kg \cdot 7m + 5kg \cdot 3.5m + 3kg \cdot 2.34m)}{(6kg + 5kg + 3kg)} \\ &= \frac{(6kg \cdot 7m + 5kg \cdot 3.5m + 3kg \cdot 2.34m)}{(6kg + 5kg + 3kg)} \\ &= \frac{(42kg \cdot m + 17.5kg \cdot m + 7.02kg \cdot m)}{(14kg)} \\ &= \frac{(66.52kg \cdot m)}{(14kg)} = \boxed{4.75m} \end{aligned}$$

در نتیجه مختصات مرکز کتلوی بدست آمد که قرار زیر است.

$$M(2.54, 4.75)$$

مثال 3. مختصات مرکز کتله را نظر به شکل مقابل طوری دریافت نمائید که  $m_1 = m_2 = 1.0kg$  و  $m_3 = 2.0kg$  باشد.



حل.

حل. در قدم نخست مرکز کتلوی هر یک از اشکال را دریافت نموده و بعداً مرکز ثقل سیستم دریافت می‌گردد.

$$\begin{aligned} M_l(x_M, y_M) \\ x_M &= \frac{m_l \cdot (x_1 + x_2)}{2m_l} = \frac{6kg \cdot (2m + 9m)}{2 \cdot 6kg} \\ &= \frac{(66kg \cdot m)}{12kg} = 5.5m \\ y_M &= \frac{m_l \cdot (y_1 + y_2)}{2m_l} = \frac{6kg \cdot (7m + 7m)}{2 \cdot 6kg} \\ &= \frac{(84kg \cdot m)}{12kg} = 7m \end{aligned}$$

$$M_l(5.5m, 7m)$$

$$\begin{aligned} M_s(x_M, y_M) \\ x_M &= \frac{m_s \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)}{4m_s} = \frac{5kg \cdot (-5m - 5m - 2m - 2m)}{4 \cdot 5kg} \\ &= \frac{(-70kg \cdot m)}{20kg} = -3.5m \\ y_M &= \frac{m_s \cdot (y_1 + y_2 + y_3 + y_4)}{4m_s} = \frac{5kg \cdot (5m + 5m + 2m + 2m)}{4 \cdot 5kg} \\ &= \frac{(70kg \cdot m)}{20kg} = 3.5m \end{aligned}$$

$$M_s(-3.5m, 3.5m)$$

$$\begin{aligned} M_t(x_M, y_M) \\ x_M &= \frac{m_t \cdot (x_1 + x_2 + x_3)}{3m_t} = \frac{3kg \cdot (8m + 8m + 4m)}{3 \cdot 3kg} \\ &= \frac{3kg \cdot 20m}{9kg} = 6.67m \\ y_M &= \frac{m_t \cdot (y_1 + y_2 + y_3)}{3m_t} = \frac{3kg \cdot (5m + 1m + 1m)}{3 \cdot 3kg} \\ &= \frac{3kg \cdot 7m}{9kg} = 2.34m \end{aligned}$$

## شرایط تعادل (Equilibrium's Condition):

هرگاه چندین قوه بر نقاط مختلف یک جسم عمل کند و جسم در حالت تعادل قرار داشته باشد، این معنی را می‌دهد که محصله تمام قوه‌های مؤثر بر جسم مساوی به صفر گردد و برعکس اگر این شرط تحقق نیابد، قوه محصله باعث تولید تعجیل یا شتاب در جسم گردیده و این تعجیل، جسم را در یک حرکت انتقالی قرار می‌دهد. جسمی که در حالت تعادل قرار دارد، نباید دوران داشته باشد و برای تحقق این مطلب لازم است که مجموع مومنت‌های دوران به حول یک نقطه کیفی دوران، نیز مساوی به صفر شود. هر دو شرط فوق را شرایط تعادل قبول کرده اند. پس در صورتی که چند قوه در نقاط مختلف و کیفی یک جسم عمل کنند، این جسم وقتی در حالت تعادل قرار می‌گیرد که دو شرط ذیل در آن تحقق یابد.

شرط اول: محصله قوه‌های عامل بر آن مساوی به صفر گردد.

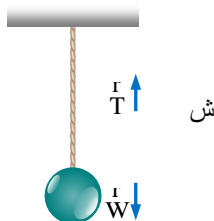
$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots = \Sigma \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

و یا به صورت مؤلفه:  $\Sigma F_x = 0 \wedge \Sigma F_y = 0$

شرط دوم: مجموع تمام مومنت‌های دوران به حول یک نقطه کیفی دوران در جسم باید مساوی به صفر باشد.

$$\mathbf{F}_1 \mathbf{L}_1 + \mathbf{F}_2 \mathbf{L}_2 + \mathbf{F}_3 \mathbf{L}_3 + \dots = \Sigma \tau = \Sigma \mathbf{M} = \mathbf{0}$$

**مثال (1):** یک کتله به وزن  $10N$  توسط یک تار به سقف خانه آویزان شده و به حالت سکون قرار دارد، (شکل 10.27). قوه کشش در تار محاسبه کنید.



**حل:** چون جسم به حالت سکون است، پس قوه‌های عامل بر آن به حالت تعادل هستند، یعنی:

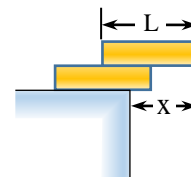
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T + (-W) = 0 \Rightarrow T - W = 0 \Rightarrow T = 10N$$

$$x_{cm} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M} = \frac{(m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{1.0kg \cdot 1.0m + 1.0kg \cdot 2.0m + 2.0kg \cdot 0m}{1.0kg + 1.0kg + 2.0kg} = \frac{3.0kg \cdot m}{4.0kg} = 0.75m$$

$$y_{cm} = \frac{\sum_i m_i y_i}{M} = \frac{(m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{1.0kg \cdot 0m + 1.0kg \cdot 0m + 2.0kg \cdot 2.0m}{1.0kg + 1.0kg + 2.0kg} = \frac{4.0kg \cdot m}{4.0kg} = 1.00m$$

در نتیجه مختصات مرکز کتله  $(0.75, 1.00)$  میباشد.

مثال 4. دو کتاب هم شکل و هم وزن به طول  $L$  مطابق شکل ذیل روی هم قرار دارند فاصله اعظمی پیش بر آمدگی  $(x)$  را حساب کنید طوری که کتاب‌ها سقوط نکنند.



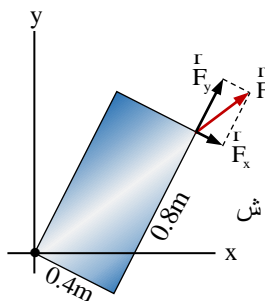
حل:

$$x_1 = \frac{(M) \cdot (L/2)}{M} = L/2$$

$$x_2 = \frac{(M) \cdot (L/2)}{2M} = L/4$$

$$x = x_1 + x_2 = L/2 + L/4 = 3L/4$$





برای حالت تعادل می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \sum M = 0 &\Rightarrow (F_y)(0.4m) - (F_x)(0.8m) = 0 \\ &\Rightarrow (F_y)(0.4m) = (F_x)(0.8m) \Rightarrow F_y = 2F_x \dots (i) \end{aligned}$$

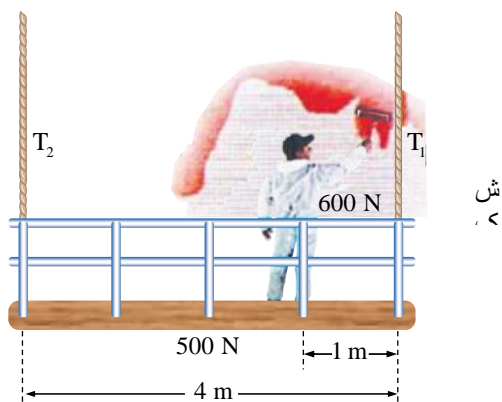
اکنون نظر به قضیه فیثاغورث داریم که:

$$(F_x)^2 + (F_y)^2 = F^2 \Rightarrow (F_x)^2 + (F_y)^2 = 10000N^2 \dots (ii)$$

اگر رابطه اول را در دوم وضع کنیم پس مرکبها را چنین می یابیم:

$$\begin{aligned} (F_x)^2 + (2F_x)^2 &= 10000N^2 \Rightarrow 4(F_x)^2 = 10000N^2 \\ \Rightarrow (F_x)^2 &= 2500N^2 \Rightarrow \sqrt{(F_x)^2} = \sqrt{2500N^2} \Rightarrow F_x \approx 50N \\ \Rightarrow F_y &= 2F_x = 2(50N) = 100N \Rightarrow F_y \approx 100N \end{aligned}$$

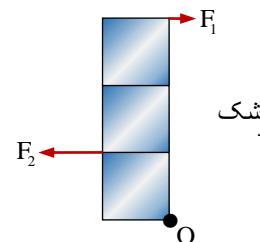
**مثال (6):** یک رنگ مال که 600 نیوتن وزن دارد، در موقعیت معینی بر روی یک خوازه چوبی که وزن آن 500 نیوتن می باشد که از دوطرف به دو ریسمان آویزان شده است، ایستاده و دیواری را رنگ می کند، (شکل 10.35). مقدار قوه های کشش  $T_1$  و  $T_2$  را که بر ریسمان عمل می کنند به دست آرید. (از سایر وزن ها در سیستم صرف نظر می شود).



$$\Rightarrow R_y + (100N)(\sin 37^\circ) - 120N = 0$$

$$\Rightarrow R_y = 60N \Rightarrow R^2 = R_x^2 + R_y^2 \Rightarrow R = 100N$$

**مثال (4):** یک بکس فرض می شود بدون وزن و از سه مربع ساخته شده است، به حل نقطه O آزادانه دوران می کند، (شکل 10.32). اگر  $F_1 = 10N$  بوده و هر ضلع مربع 1m باشد، مقدار  $F_2$  قوه که صندوق را به تعادل می آورد محاسبه کنید.

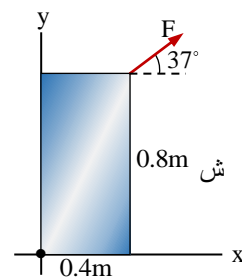


شک

**حل:** برای حالت تعادل نوشته می توانیم که:

$$\begin{aligned} \sum M = 0 &\Rightarrow F_2 d_2 - F_1 d_1 = 0 \Rightarrow F_2(1m) - (10N)(3m) = 0 \\ &\Rightarrow F_2 = 30N \end{aligned}$$

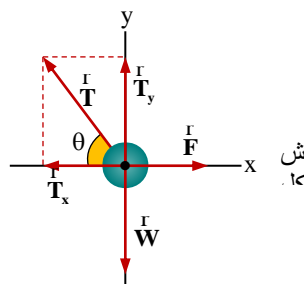
**مثال (5):** قوه  $F = 100N$  بالای جسمی نازکی تقریباً مستطیل شکل دارای ابعاد  $(0.8m \times 0.4m)$  در رأس مقابل نقطه دوران (O) که با سطح افقی محور مثبت x زاویه  $37^\circ$  را ساخته است، عمل نموده است، (شکل 10.33).



برای این که حالت تعادل را اختیار نماید، مقدار  $\vec{F}_x$  و  $\vec{F}_y$  را محاسبه کنید.

**حل:** زاویه که قوه  $\vec{F}$  با محور مثبت x ساخته است، برای دریافت مرکبها مهم نیست، چون جسم پس از کمی دوران در تعادل قرار می گیرد، وکتور قوه آن وقت در امتداد قطر مستطیل عمل می کند، شکل (10.34). با افزایش قوه مرکبها نیز افزایش می یابد.

**حل:** در قدم نخست زاویه را می‌یابیم که با سطح افق قوه کشش ساخته است؛ یعنی  $\theta = 90.0^\circ - \alpha = 53.0^\circ$  می‌باشد؛ گفتیم که جسم در حالت تعادل است؛ پس با در نظر داشت شکل (10.38) و شرط اول تعادل داریم



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F + (-T_x) = 0 \Rightarrow T_x = F = 30.0 \text{ N}$$

اکنون قوه کشش را توسط رابطه ذیل دریافت می‌کنیم

$$T_x = T \cos \theta \Rightarrow 30.0 \text{ N} = T \cos 53.0^\circ \Rightarrow T = 50.0 \text{ N}$$

برای دریافت مقدار  $\vec{T}_y$  داریم که

$$T_y = T \sin \theta = (50.0 \text{ N}) (\sin 53.0^\circ) \Rightarrow T_y = 40.0 \text{ N}$$

و حالا می‌دانیم که  $\sum F_y = 0$  است و داریم

$$T_y + (-W) = 0 \Rightarrow W = T_y = 40.0 \text{ N}$$

پس از رابطه  $\vec{W} = m\vec{g}$  خواهیم نوشت که

$$m = \frac{W}{g} \Rightarrow m = \frac{40.0 \text{ N}}{10.0 \text{ N/kg}} = 4 \text{ kg}$$

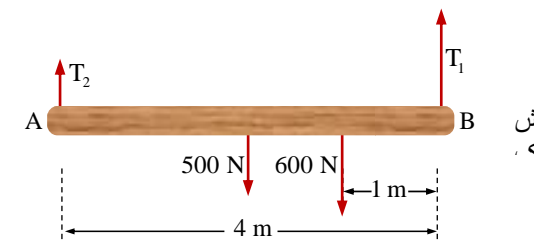
### 1. تعادل پایدار یا ثابت

تعادلی را گویند که اگر یک جسم از حالت اولی اش بیجا یا منحرف گردد، دوباره حالت اولی را اختیار نماید، این نوع تعادل زمانی تشکیل می‌شود که:



- ☉ فاصله بین مرکز ثقل و نقطه اتکاء کم باشد.
- ☉ سطح قاعده جسم بزرگ باشد.
- ☉ انرژی پوتانشیل جسم اصغری باشد.

**حل:** در قدم نخست قوه‌های که در سیستم عمل می‌کنند، رسم می‌کنیم، (شکل 10.36).



چون سیستم در حالت تعادل است، پس می‌توان اصل تعادل مومنت را به کار برد. برای محاسبه قوه‌های  $T_1$  و  $T_2$  اولاً نقطه A یعنی نقطه تأثیر قوه  $T_2$  و سپس نقطه تأثیر قوه  $T_1$  یعنی B را انتخاب می‌کنیم.

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow T_2 \cdot 0 + T_1 \cdot L - (500 \text{ N}) \cdot \frac{L}{2} - (600 \text{ N}) \cdot \frac{3L}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 0 + T_1(4\text{m}) - (500 \text{ N}) \cdot \frac{4\text{m}}{2} - (600 \text{ N}) \cdot \frac{12\text{m}}{4} = 0$$

$$\Rightarrow T_1 = 700 \text{ N}$$

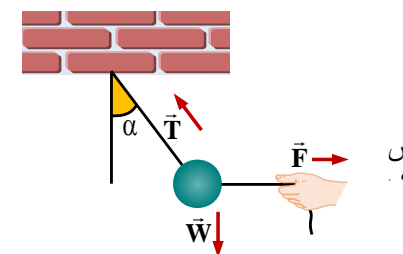
و برای محاسبه قوه  $T_2$  داریم که:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow T_1 \cdot 0 + T_2 \cdot L - (500 \text{ N}) \cdot \frac{L}{2} - (600 \text{ N}) \cdot \frac{L}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 0 + T_2(4\text{m}) - (500 \text{ N}) \cdot \frac{4\text{m}}{2} - (600 \text{ N}) \cdot \frac{4\text{m}}{4} = 0$$

$$\Rightarrow T_2 = 400 \text{ N}$$

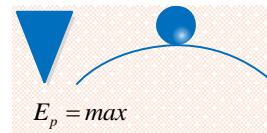
**مثال (7):** اگر یک گلوله به وزن  $\vec{W}$  مطابق شکل (10.37) به کمک قوه افقی  $30.0 \text{ N}$  در حالت تعادل است؛ و ریسمان زاویه  $37.0^\circ$  را با عمود ساخته است؛ مقدار کتله گلوله را به  $kg$  محاسبه کنید؛ اگر  $g = 10.0 \text{ N/kg}$  باشد.





## 2. تعادل ناپایدار یا غیرثابت

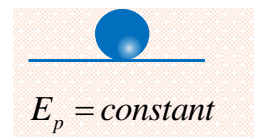
عبارت از تعادلی است که اگر یک جسم از حالت اولیش بی جا یا منحرف گردد دوباره حالت اولی را اختیار کرده نتواند و این تعادل زمانی تشکیل می شود که:



- Ⓒ نقطه اتکاء از قاعده دور باشد.
- Ⓒ سطح قاعده جسم کوچک باشد.
- Ⓒ جسم دارای انرژی پوتانشیل اعظمی باشد.

## 3. تعادل بی تفاوت

آن حالت یک جسم است در تمام حالات دارای تعادل باشد، و این تعادل زمانی تشکیل می شود که:



- Ⓒ فاصله مرکز ثقل از نقطه اتکاء ثابت باشد.
- Ⓒ سطح اتکاء جسم در هر حالت ثابت باقی بماند.
- Ⓒ انرژی پوتانشیل جسم نیز در تمام حالات ثابت باشد.

## کته نقطوی چیست؟

کته عبارت از مقدار مواد است که در جسم، جابجا شده است و واحد اندازه گیری آن کیلوگرام است. که عملاً کته یک لیتر آب خالص در حرارت  $4^{\circ}C$  را یک کیلوگرام قبول نموده اند. اصطلاح دیگری که در موارد معین در علم فزیک بکار برده می شود، عبارت از کته نقطه بی است که بخاطر، ایجاد سهولت در حل مشکل ها و مسایل علم فزیک از آن استفاده می شود.

## اهداف آموزشی:

1\_ دانش آموزان با مفاهیم اساسی موضوعات (حرکت یک بعدی، حرکت به امتداد خط مستقیم، موقعیت، تغییر مکان، سرعت، سرعت متوسط و لحظوی، گراف سرعت - زمان) آشنایی کامل دریافت کند.

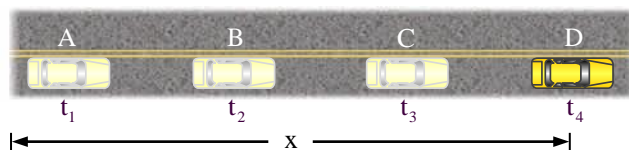
2\_ دانش آموزان با موارد استفاده از موقعیت و سرعت آگاهی کامل کسب نمایند.

3\_ دانش آموزان باید با اهمیت موضوعات هذا آشنا شده و بتوانند در زندگی روزمره شان تطبیق نمایند.

## بخش اول: مفهوم حرکت یک بعدی

آیا تا بحال حرکت روی مسیر مستقیم را دیده اید؟ حرکت به امتداد خط مستقیم روی یکی از محورات  $x$  یا  $y$  یا  $z$  را حرکت یک بعدی می گویند؛ که در آن مسیر حرکت، مسیر مستقیم

است؛ که به نام حرکت مستقیم الخط نیز یاد می کنند؛ مانند حرکت یک موتر به روی مسیر مستقیم سرک فیرشده و یا مسیر حرکت پرتاب جسم به طرف زمین نیز از جمله حرکات مستقیم الخط می باشند؛



این جسم متحرک در لحظه های زمانی  $t_1, t_2, t_3, t_4$  به ترتیب در موقعیت های  $A, B, C$  و  $D$  روی مسیر مستقیم نشان می دهد.

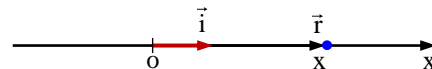
در حرکت به امتداد خط مستقیم اگر مبدأ را روی مسیر اختیار کنیم؛ وکتورهای موقعیت و وکتورهای تغییر مکان هم جهت هستند و این سبب می شود که محاسبه بر روی این وکتورها به سادگی انجام پذیرد.

## وکتور موقعیت و تغییر موقعیت

قبلاً گفتیم که در حرکات یک بعدی وکتور موقعیت و تغییر موقعیت هم جهت می باشند؛ در شکل زیر جسمی بر روی محور  $x$  نمایش داده شده است. مکان جسم با وکتور  $\vec{r}$  را می توان به صورت زیر نوشت:

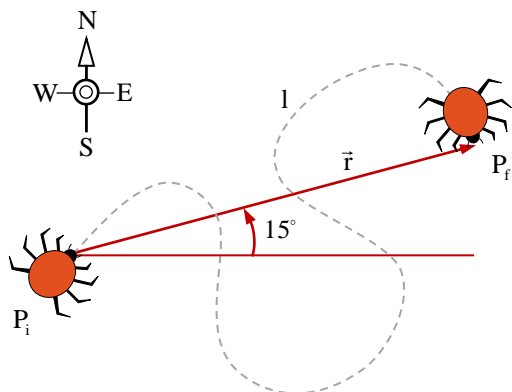
$$\vec{r} = x\vec{i} \quad \text{و} \quad |\vec{r}| = x$$

در این رابطه  $\vec{r}$  وکتور موقعیت،  $|\vec{r}|$  مقدار وکتور موقعیت و  $\vec{i}$  وکتوری واحد که در جهت محور  $x$  است.



برای همیشه موقعیت جسم را از مبدأ، وکتور موقعیت نشان می دهد؛ و اگر در مسیر مستقیم جسم متحرک در نقطه  $A$  از مبدأ  $\vec{r}_1$  و در نقطه  $B$  از مبدأ  $\vec{r}_2$  نشان داده شود؛ مانند شکل زیر که موتر به سمت راست حرکت می کند؛ و در شکل زیر موتر به سمت چپ از سمت نقطه  $C$  تا نقطه  $F$  تغییر موقعیت داده است؛ پس می توانیم بگوییم که تغییر موقعیت موتر در هر نقطه به اندازه  $\Delta\vec{r}$  می باشد؛ این وکتور را به نام وکتور تغییر موقعیت (displacement) یاد می نمایند؛ که در حرکات مستقیم الخط مقدار  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  با  $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$  مساوی است و جهت آن همیشه مستقیم، هم جهت به مسیری جسم متحرک می باشد.

این مبحث در مورد تیزی چیزی بحث نکردیم؛ حال می‌توانیم بگوییم که تیزی نیز از جمله کمیت اسکالری می‌باشد؛ اگر شما سوار وسیله نقلیه‌ی شویید و مسافتی را طی کنید که ما آن را به حرف  $l$  نشان می‌دهیم. فرض کنید پس از آن کیلومتر شمار 100 مایل (معادل 161 کیلومتر) را نشان می‌دهد: یعنی این مقدار از مسیر را بدون توجه به تپه‌ها یا پیچ‌ها طی کرده‌اند. به همین ترتیب، حشره در شکل زیر مسافت  $l$  را در امتداد مسیری مارپیچ طی کرده است:  $l$  طول مسیر نیز نامیده می‌شود و یک کمیت اسکالری است (در ضمن برای فاصله معمولاً از  $d$  استفاده نمی‌کنند زیرا این حرف به طور گسترده برای نمایش مشتق استفاده می‌شود).



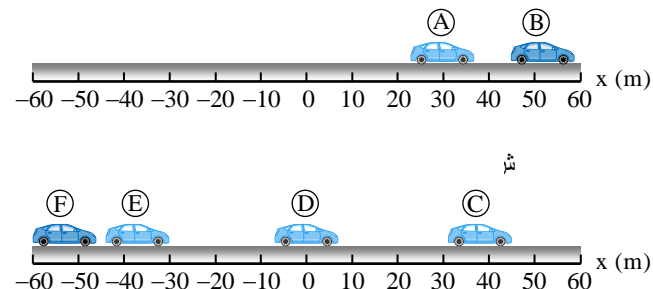
تیزی متوسط (average speed) معیاری است که نشان می‌دهد یک جسم با چه تندی در فضا حرکت می‌کند که ضمناً یک کمیت اسکالری است. فرض کنید جسمی در مدت زمان  $t$  مسافت  $l$  را می‌پیماید تیزی متوسط چنین تعریف می‌گردد.

$$\bar{S} = \frac{l}{t}, \quad \text{تیزی متوسط} = \frac{\text{مسافت کل طی شده}}{\text{زمان صرف شده}}$$

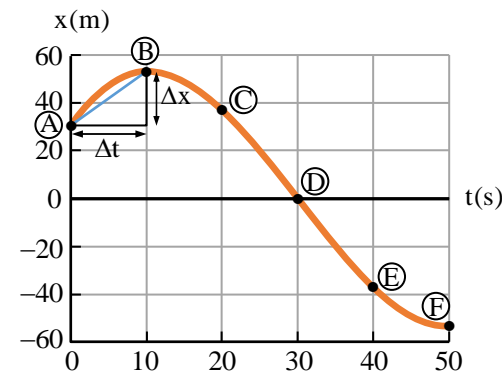
و یا اگر جسم متحرک فاصله  $l_1$  را در زمان  $t_1$ ، فاصله  $l_2$  را در زمان  $t_2$ ، و همین قسم فاصله  $l_n$  در زمان  $t_n$  طی نموده باشد؛ تیزی متوسط را می‌توان توسط رابطه ذیل محاسبه کرده می‌توانیم.

$$\bar{S} = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

باید گفت که تیزی متوسط می‌تواند در فضای یک بعدی، دو بعدی و یا سه بعدی مطالعه گردد؛ واحد روزمره تیزی **mile/hr** است، اما در کارهای علمی بهتر است از واحد کیلومتر بر ساعت یا **(km/hr)** بهتر یا مناسب‌تر از متر بر ثانیه **(m/s)** استفاده می‌کنیم.



اگر بخواهیم که گراف حرکت موتور را روی محور  $x$  رسم نماییم؛ در قدم اول محورات  $(x - t)$  را عموداً بالای هم در واحدهای  $SI$  رسم نموده که محور حرکت به صورت عمودی و محور زمان افقی باشند، شکل (8.4)؛ که حرکت موتور از فاصله 30 متری از مبدأ در زمان  $t = 0$  قرار داشته شروع می‌گردد؛ در صورتی که گراف در هر 20 متری، زمان 10 ثانیه سپری گردد؛ و گراف آن را چنین رسم می‌کنیم.



مبحث گراف را بعداً نیز مطالعه خواهیم کرد.

### مفهوم تیزی و سرعت

تعریف تیزی: مسافت طی شده در فی واحد زمان بنام تیزی یاد می‌شود.

تعریف سرعت: فاصله طی شده در فی واحد زمان بنام سرعت یاد می‌شود.

کمیت‌های اسکالری با اعداد معمولی مشخص می‌شوند و جمع و تفریق آنها نیز از راه‌های معمولی انجام می‌شود. دو کلوچه در یک جعبه با هفت کلوچه جمعاً نه کلوچه می‌شود. اما در

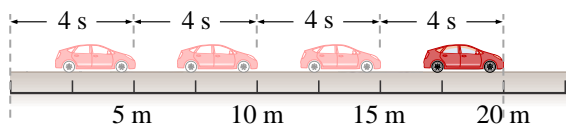
$$\text{وکتور تغییر موقعیت} = \frac{\Delta \mathbf{x}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1}{t_2 - t_1}, \quad \text{سرعت متوسط}$$

**نکته مهم:** واحد سرعت برابر است با فاصله تقسیم بر زمان ← مانند  $m/s$  یا  $km/hr$ . در حرکت یک بعدی وکتور سرعت با وکتور تغییر مکان هم جهت اند؛ که در درس بعدی سرعت متوسط را دوباره مورد مطالعه قرار خواهیم کرد.

### گراف موقعیت - زمان

برای این که بتوانیم گراف موقعیت - زمان ( $x - t$ ) را درک کنیم؛ باید معادله حرکت را بدانیم که چطور می تواند نقش اساسی در این گراف داشته باشد؛ رابطه ریاضی بین فاصله طی شده و زمان سپری شده یک جسم متحرک را معادله حرکت همان جسم گویند که به شکل  $\mathbf{x} = \mathbf{f}(t)$  یا  $\mathbf{y} = \mathbf{g}(t)$  و یا  $\mathbf{z} = \mathbf{h}(t)$  نوشته می شوند و این بدان معنی است که فاصله طی شده تابع زمان است؛ که  $\mathbf{x}$  یا  $\mathbf{y}$  یا  $\mathbf{z}$  را به نام تابع و  $t$  (زمان) را متحول یاد می کنیم؛ اما ما در این مبحث معادله  $x = f(t)$  را مطالعه می کنیم. و باید گفت که برای ترسیم این گراف باید متحول ( $t$ ) را روی محور افقی و ( $x$ ) را روی محور قائم مشخص می کنیم.

مثال (4): موتوری را در نظر بگیرید که به ترتیب در انتروال های زمانی  $t_1 = 4 s$ ،  $t_2 = 8 s$ ،  $t_3 = 12 s$  و  $t_4 = 16 s$  مطابق شکل (8.6) در موقعیت های  $x_1 = 5 m$ ،  $x_2 = 10 m$ ،  $x_3 = 15 m$  و  $x_4 = 20 m$  قرار دارد. گراف موقعیت - زمان را رسم نموده و اگر سرعت موتور در تمام اوقات ثابت باشد، معادله حرکت موتور را نیز بنویسید.



ش

حل: در قدم اول باید محورات (زمان به شکل افقی و موقعیت به شکل عمودی) رسم گردند؛ و تفاضل فاصله  $5 m$  و از زمان  $4 s$  انتخاب می کنیم. مانند شکل (8.7). بعد نقاط تقاطع شده را با هم وصل می دهیم

مثال (1): شاگردی با یک موتور در 30 دقیقه، 10 کیلومتر رانندگی می کند تیزی متوسط او از جنس  $m/s$  چقدر است.

حل: معادله مربوط به  $\bar{S} = \frac{l}{t}$  است. در این جا  $l$  بر حسب کیلومتر و  $t$  بر حسب دقیقه است، بنابراین اولین کار تبدیل 10 کیلومتر به متر و 30 دقیقه به ثانیه است.  $1000 m/km = 10.0 \times 10^3 m$  و هر دقیقه 60 ثانیه می گردد؛ که  $1800 s = (60 s/min) (30 min)$  می باشد؛ حال باید  $\bar{S}$  را محاسبه و پاسخ عددی را تا سه رقم با معنا ارائه دهیم

$$\bar{S} = \frac{l}{t} = \frac{10.0 \times 10^3 m}{1800 s} = 5.56 m/s$$

مثال (2): یک روبات در حالی که با تیزی ثابت  $4.25 m/s$  در یک کارگاه ماشین سازی می لغزد؛ مسافت  $17.0 m$  را طی می کند. این سفر چه مدت طول کشیده است.

حل: چون تیزی ثابت است معادله مربوط  $S = \frac{l}{t}$  است. که نظر به قاعده ریاضی داریم که

$$t = \frac{l}{S} = \frac{17.0 m}{4.25 m/s} = 4.00 s$$

مثال (3): یک بایسکل سوار که بر روی خط مستقیم حرکت می کند، 100 متر اول را در مدت  $20 s$ ، 200 متر بعدی را در مدت  $30 s$  و 100 متر آخر را در مدت  $20 s$  طی می کند. تیزی متوسط این بایسکل سوار در کل مدت حرکت را از جنس  $km/h$  محاسبه کنید.

حل: نظر به فورمول تیزی متوسط داریم که:

$$\bar{S} = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{(100 + 200 + 100) m}{(20 + 30 + 20) s} = \frac{40 m}{7 s} = 5.71 m/s$$

کمیت های وکتوری: یک مفهوم فزیک است که به طور ذاتی جهت دار است و با در دست داشتن بزرگی (یعنی اندازه) و جهت می تواند محاسبه شود. بسیاری از مفاهیم فزیک نظیر تغییر موقعیت، سرعت، قوه و اندازه حرکت وکتوری اند. به طوری کلی یک وکتور (که بیان گر مقدار مشخصی از یک کمیت وکتوری است) به صورت خطی جهت دار نشان داده می شود که جهت و بزرگی این وکتور را مشخص می کند.

**سرعت (Velocity):** کمیت وکتوری است که بر گیرنده تغییرات فاصله نظر به زمان در جهت حرکت است، در حرکات یک بعدی اگر جسمی در باره زمانی  $\Delta t$  وکتور تغییر موقعیت  $\Delta x$  را طی کند، آن گاه:



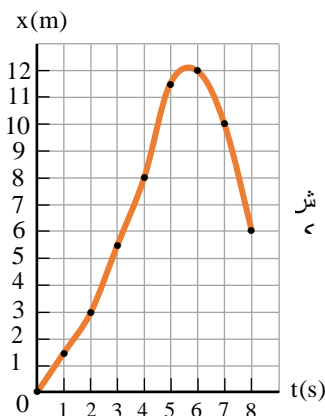
موقعیت اولی جسم متحرک روی مسیر مستقیم از مبدأ به فاصله  $3\text{ m}$  است که پس از گذشت  $1$  ثانیه در مبدأ می‌رسد و تا فاصله  $1\text{ m}$  از مبدأ فاصله می‌گیرد و دوباره از همان مسیر به سمت مبدأ عقب بر می‌گردد؛ و در ثانیه سوم به مبدأ می‌رسد و پس از گذشت  $4$  ثانیه از مبدأ دوباره  $3\text{ m}$  فاصله می‌گیرد.

مثال (6): در نمودار (بالا) فاصله جسم متحرک را تا مبدأ در لحظه‌های داده شده نشان می‌دهد؛ گراف  $(x - t)$  این متحرک را رسم نمایید.

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x(m)	0	1.5	3	5.5	8	11.5	12	10	6

ن

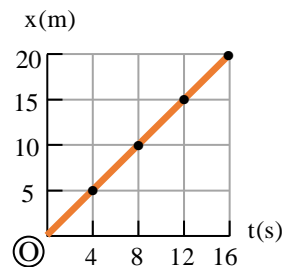
حل: پس رسم محورات زمان و موقعیت جوهره‌های مرتب داده شده را نشانی نموده و سپس این نقطه‌ها را به هم وصل می‌دهیم؛ که در نتیجه گراف  $(x - t)$  رسم می‌گردد مانند شکل (8.9)



اگر جسم هیچ حرکتی را انجام ندهد و ایستاده باشد؛ در آن صورت گراف  $(x - t)$  به شکل مستقیم موازی با محور زمان یا عمود با محور حرکت در همان فاصله که از مبدأ قرار دارد نشان داده می‌شود.

### سرعت متوسط (V)

تغییرات سرعت در فی واحد زمان بنام سرعت متوسط یاد میشود.



ش

در گراف دیده می‌شود که موتر فواصل مساوی را در اوقات مساوی طی نموده و گراف آن به شکل خط مستقیم نشان داده شده است؛ معادله حرکت آن را از رابطه ریاضی طور زیر دریافت می‌کنیم

$$x = f(t) = \left( \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \right) t = \left( \frac{10 - 5}{8 - 4} \right) t = \frac{5}{4} t = 1.25t$$

چون می‌دانستیم که  $v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$  سرعت ثابت موتر را نشان می‌دهد که به نام میل معادله حرکت یاد می‌گردد؛ پس  $x = f(t) = vt = 1.25t$  می‌باشد.

مثال (5): اگر معادله حرکت جسم متحرک  $x = -t^2 + 4t - 3$  در SI داده شده باشد؛ گراف  $(x - t)$  را رسم نمایید.

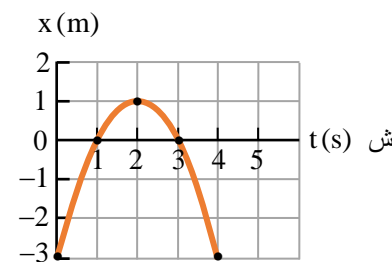
حل: مانند گراف توابع ریاضیکی نقاط تقاطع با محور زمان را دریافت می‌کنیم که باید  $x = 0$  گردد

$$-t^2 + 4t - 3 = 0 \Rightarrow (-t + 1)(t - 3) = 0 \Rightarrow t_1 = 1, t_2 = 3$$

حالا تقاطع با محور  $x$  باید  $t = 0$  گردد

$$x = f(0) = -0^2 + 4 \cdot 0 - 3 = -3$$

گرافی که رسم می‌گردد شکل پارابولا را خواهد داشت و دهن پارابولا به سمت پایین باز است چون ضریب  $t^2$  کوچک‌تر از صفر می‌باشد؛ حال محورات را رسم می‌کنیم شکل (8.8).









### بخش دوم: فعالیت‌های صنفی

#### ◆ فعالیت ۱: مسابقه حرکت در خط مستقیم

شاگردان در فضای باز یا راهرو صنف، فاصله ۱۰ متر را در خط مستقیم می‌دوند.

یک شاگرد زمان را با ساعت اندازه می‌گیرد.

هر شاگرد سرعت متوسط خود را محاسبه می‌کند و نتیجه با دیگران مقایسه می‌شود.

#### ◆ فعالیت ۲: رسم گراف موقعیت و سرعت

جدول داده شده:

موقعیت (متر)	زمان (ثانیه)
۰	۰
۴	۲
۸	۴
۱۲	۶

شاگردان گراف موقعیت-زمان و سپس سرعت-زمان را رسم می‌کنند.

بررسی می‌شود که آیا حرکت یکنواخت بوده یا نه.

#### ◆ فعالیت ۳: کار گروهی - کاربرد مفاهیم در زندگی

شاگردان به گروه تقسیم می‌شوند.

هر گروه فهرستی از موارد کاربرد موقعیت، سرعت و تغییر مکان را در زندگی روزمره تهیه می‌کند.

نتایج روی تخته یا کاغذ نوشتاری ارائه می‌شود.

#### ◆ فعالیت ۴: نمایش عملی (نقش آفرینی)

یک شاگرد نقش موتر، یکی نقش زمان گیر و دیگری نقش ثبت کننده موقعیت را بازی می‌کند.

حرکت نمایشی در صنف یا حویلی مکتب اجرا می‌شود.

شاگردان دیگر سرعت متوسط و موقعیت را حساب و تحلیل می‌کنند

$$y = \frac{1}{3}t^3 - 4t + 5 \Rightarrow y' = v_y = t^2 - 4$$

$$\Rightarrow v_y = (5.0)^2 - 4 = 21 \text{ cm/s}$$

### بخش اول: سوالات تمرینی

#### ■ سوالات مفهومی:

حرکت یک بعدی چیست؟ یک مثال از آن ذکر نمایید.

تفاوت بین موقعیت و تغییر مکان چیست؟ با مثال توضیح دهید.

اگر یک نفر ۱۰۰ متر به سمت شمال حرکت کند و دوباره به نقطه آغاز برگردد، موقعیت نهایی و تغییر مکان او چند متر است؟ چرا؟

#### ■ سوالات محاسبه‌ای:

یک موتر در مدت ۲ ساعت، ۱۲۰ کیلومتر مسافت را طی می‌کند. سرعت متوسط آن چند است؟

اگر یک شاگرد در ۴ ثانیه، ۸ متر حرکت کند، سرعت متوسط او را محاسبه کنید.

اگر سرعت لحظه‌ای یک موتر ۶۰ کیلومتر در ساعت باشد، معنی آن چیست؟

#### ■ تحلیل گراف:

اگر در یک گراف سرعت-زمان، خط مستقیم و افقی باشد، چه چیزی را نشان می‌دهد؟

اگر گراف سرعت-زمان به سمت بالا صعود کند، چه مفهومی دارد؟

یک گراف ساده‌ی سرعت-زمان رسم کنید که حرکت یکنواخت را نشان دهد.

#### ■ کاربردهای زندگی روزمره:

در کدام موارد روزمره از مفاهیم موقعیت و سرعت استفاده می‌کنید؟ دو مثال ذکر کنید.

چرا دانستن سرعت لحظه‌ای در هنگام رانندگی مهم است؟

هنگام رفتن از خانه تا مکتب، چگونه می‌توانید سرعت متوسط خود را حساب کنید؟