

اهداف آموزشی:

- 1_ دانش آموزان با مفاهیم اساسی موضوعات (انکسار، ضریب انکسار و قانون سنل، قوانین انکسار، عمق ظاهری و واقعی، مسیر نور در یک تیغه متوازی السطوح) آشنایی کامل دریافت کند.
- 2_ دانش آموزان با موارد استفاده از آنکسار و قوانین انکسار آگاهی کامل کسب نمایند.
- 3_ دانش آموزان باید با اهمیت موضوعات هذا آشنا شده و بتوانند در زندگی روزمره شان تطبیق نمایند.

بخش اول: انکسار نور

شعاع نوری که به طور مایل به سطح جدایی دو محیط شفاف می‌تابد هنگام عبور از سطح جدایی دو محیط شفاف شکسته می‌شود؛ این پدیده را انکسار نور می‌نامند، علت اصلی انکسار نور تغییرات سرعت نور در دو محیط شفاف می‌باشد، مانند شکل زیر. توسط عملیه انکسار نور تصویر اجسام در آلات نوری نمایش داده می‌شود، که کاربرد زیاد در زندگی روزمره ما دارد.

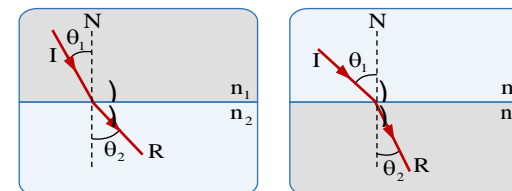
قوانین انکسار

انکسار نور دارای دو قانون می‌باشد.

① شعاع وارده، شعاع منکسره و خط نارمل در یک مستوی قرار دارند.

② نسبت ساین زاویه وارده و ساین زاویه منکسره برای دو محیط شفاف همیشه مقدار ثابت است که آنرا بنام ضریب انکسار محیط دوم نسبت به محیط اول می‌نامند؛ که این قانون را به نام قانون سنل (Snell's Law) نیز یاد می‌کنیم، یعنی

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \vee \quad n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$



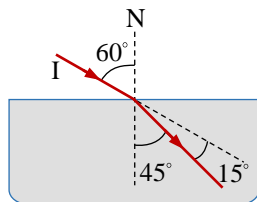
زاویه وارده بزرگ از زاویه منکسره می‌گردد، در صورتی که محیط اول رقیق باشد، مانند شکل زیر و اگر زاویه منکسره بزرگ از زاویه وارده گردد، در این صورت محیط دوم رقیق است، مانند شکل زیر.

ضریب انکسار جسم شفاف

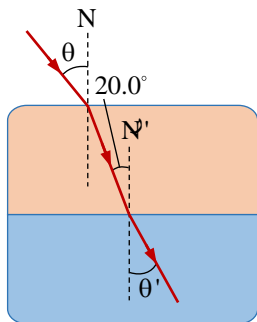
مقدار ثابت و خاص در اجسام شفاف می‌باشد، که همیشه نسبت به خلا (به صورت تقریبی هوا) محاسبه می‌گردد؛ که بنام ضریب انکسار مطلق جسم شفاف نیز یاد می‌کنیم. ضریب انکسار را به سمبول n نمایش داده و همیشه قیمت $n \geq 1$ را به خود اخذ می‌کند؛ در محاسبات ضریب انکسار هوا یا خلا را مساوی به یک در نظر می‌گیریم.

ضریب انکسار (n) تابع نوعیت محیط شفاف می‌باشد؛ یعنی به هر اندازه محیط شفاف غلیظ گردد؛ به همان مقدار ضریب انکسار قیمت بیشتر را می‌گیرد و یا محیط شفاف که رقیق باشد؛ ضریب انکسار آن کم‌تر است، در نمودار زیر ضریب انکسار بعضی از اجسام شفاف داده شده است.

ضریب انکسار	جسم	جسم
	مایعات در 20°C	جامدات در 20°C
1.501	بنزین	الماس (C)
1.628	کاربن دای‌سلفاید	فلوراید (CaF_2)
1.461	کاربن تیتراکلوراید	کوارتز همجوش (SiO_2)
1.361	ایتایل الکل	شیشه کلیکین
1.473	گلیسرین	شیشه سخت
1.333	آب	یخ در 0°C
	گازات در 20°C	پلی‌استایرین
1.00	هوا	سودیم کلوراید (NaCl)
1.00	کاربن دای‌اکساید	زیرکان (ZrSiO_4)



مثال (4): اشعه نوری مطابق شکل زیر در محیط روغن با نارمل N' زاویه 20.0° را ساخته است؛ مقدار زاویه θ و θ' را دریابید. (ضریب انکسار روغن کتان 1.48 است.)



حل: مطابق قانون سنل، محیط (هوا - روغن کتان) را در اول مطالعه می‌کنیم.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin \theta = (1.48) \sin 20.0^\circ$$

$$\Rightarrow \sin \theta = (1.48)(0.342) \Rightarrow \theta = \sin^{-1}(0.506) = 30.4^\circ$$

و زاویه منکسر آب را نیز داریم

$$n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 \Rightarrow (1.48) \sin 22.0^\circ = (1.33) \sin \theta'$$

$$\Rightarrow \sin \theta' = \frac{(1.48)(0.342)}{1.33} \Rightarrow \theta' = \sin^{-1}(0.380) = 22.3^\circ$$

رابطه سرعت نور با ضریب انکسار

تجارب نشان داده که علت اصلی انکسار نور، تغییرات سرعت نور است؛ یعنی اگر نور از یک محیط شفاف به محیط شفاف دیگر داخل شود، سرعت آن تغییر می‌کند؛ طوری که سرعت نور در یک محیط با ضریب انکسار آن رابطه غیرمستقیم دارد. طبق تجارب ضریب انکسار محیط دوم نسبت به محیط اول مساوی به خارج قسمت سرعت نور در محیط اول نسبت به محیط دوم می‌باشد؛ یعنی

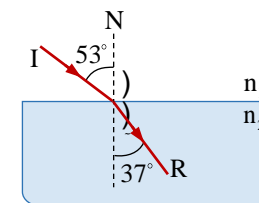
مثال (1): اگر شعاع نوری تحت زاویه 45° از هوا وارد محیط شفاف می‌گردد که ضریب انکسار آن $\sqrt{2}$ است، زاویه منکسر را دریابید.

حل: می‌بینیم که محیط اول هوا و محیط دوم جسم شفاف می‌باشد؛ پس داریم

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} \sin \theta_2}{1} \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$$

مثال (2): نظر به شکل زیر ضریب انکسار آب را دریابید.



حل: نظر به قانون سنل داریم

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin 53^\circ = n_2 \sin 37^\circ$$

$$\Rightarrow 0.8 = n_2(0.6) \Rightarrow n_2 = \frac{0.8}{0.6} \Rightarrow n_2 = 1.33$$

مثال (3): یک دسته اشعه نوری تحت زاویه 60° درجه از هوا وارد محیط شفاف گردیده است؛ اگر ضریب انکسار محیط شفاف $\sqrt{1.5}$ باشد؛ شعاع منکسر چند درجه منحرف شده است.

حل: در قدم نخست زاویه منکسر را از قانون سنل دریافت می‌کنیم

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow 1 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{1.5} \cdot \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{15}{10}} \cdot \sin \theta_2 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ$$

پس مقدار انحراف شعاع وارده نظر به شکل زیر داریم

$$\theta_1 - \theta_2 = 60^\circ - 45^\circ \Rightarrow \theta_1 - \theta_2 = 15^\circ$$



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \text{constant}$$

اگر محیط اول خلا (تقریباً هوا) باشد؛ در این صورت $n_2 = n$ ، $n_1 = 1$ ، $v_1 = c$ و $v_2 = v$ می‌گردد. که ضریب انکسار اجسام شفاف را قرار زیر محاسبه می‌کنیم.

و یا می‌توانیم بنویسیم که برای تمام اجسام شفاف از حاصل ضرب ضریب انکسار محیط با سرعت نور در محیط مساوی به قسمت ثابت (سرعت نور در خلا) می‌گردد؛ پس داریم

$$n_1 v_1 = n_2 v_2 = \dots = c$$

مثال (5): اگر سرعت نور در شیشه $2 \cdot 10^5 \text{ km/s}$ باشد؛ ضریب انکسار آن را دریابید.

حل: نظر به فرمول داریم که

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ km/s}}{2 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \Rightarrow n = 1.5$$

مثال (6): اگر ضریب انکسار شیشه و آب به ترتیب $\frac{3}{2}$ و $\frac{4}{3}$ باشد؛ پس سرعت نور در محیط آب را محاسبه کنید؛ در صورتی که سرعت نور در محیط شیشه $2 \cdot 10^5 \text{ km/s}$ باشد.

حل: در رابطه بین سرعت نور و ضریب انکسار داریم که

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{3/2}{4/3} = \frac{v_2}{2.0 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \Rightarrow v_2 = 2.25 \cdot 10^5 \text{ km/s}$$

مثال (7): اگر ضریب انکسار شیشه نسبت به آب $\frac{7}{6}$ و ضریب انکسار الماس نسبت به شیشه $\frac{6}{5}$ باشد؛ نسبت سرعت نور در آب و سرعت نور در الماس کدام است.

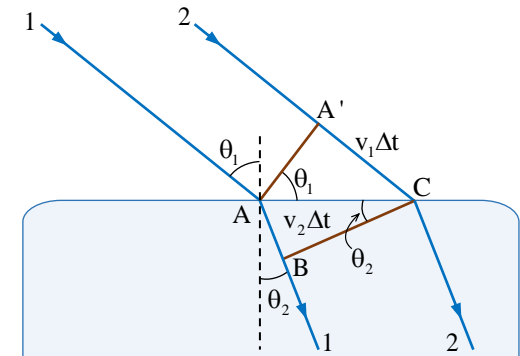
حل: اگر محیط شیشه (n_1, v_1) ، آب (n_2, v_2) و از الماس (n_3, v_3) باشد؛ پس داریم که

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{7}{6}, \quad \frac{n_3}{n_1} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_1} = \frac{7}{6} \cdot \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{n_3}{n_2} = \frac{7}{5}$$

پس نظر به رابطه سرعت نور با ضریب انکسار داریم

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \text{constant}$$

برای اثبات رابطه فوقانی با استفاده از نظریه هیوگنز فرض می‌کنیم؛ که در یک لحظه اشعه اولی (1) مطابق شکل زیر بالای سطح جدایی دو محیط در نقطه (A) وارد می‌شود، به مسیر (B) انکسار می‌کند.



لحظه‌ای بعد اشعه دومی (2) از نقطه (A') گذشته به مسیر (C) حرکت می‌کند، به این اساس این دو شعاع در دو محیط مختلف حرکت نموده، فواصل مختلف را طی می‌کنند. اشعه که در نقطه (A) وارد گردیده فاصله (AB = v2*delta t) را طی می‌کنند. در این جا (v2) سرعت اشعه در محیط دوم است؛ فاصله‌ای که اشعه (2) در محیط اول از نقطه (A') تا نقطه (C) طی می‌کند برابر با (A'C = v1*delta t) است که در این جا (v1) سرعت اشعه در محیط اول است.

از مثلث‌های AA'C و ABC دریافت می‌نماییم

$$\sin \theta_1 = \frac{A'C}{AC} = \frac{v_1 \Delta t}{AC} \quad \wedge \quad \sin \theta_2 = \frac{AB}{AC} = \frac{v_2 \Delta t}{AC}$$

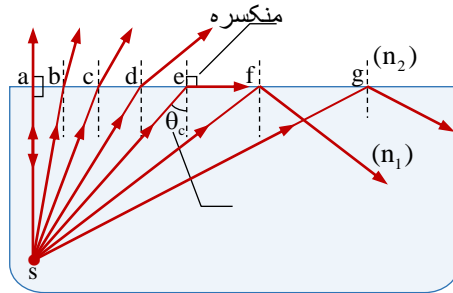
اگر دو طرف معادله‌ها را تقسیم هم کنیم داریم

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

پس نظر به قانون سنل داریم

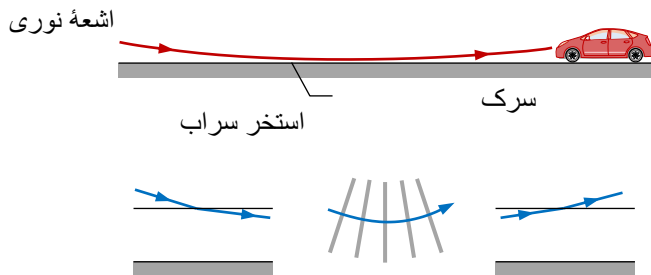
اگر شعاع وارده به طور مایل از محیط غلیظ وارد محیط رقیق گردد؛ به آن زاویه بحرانی یا حدی گفته می‌توانیم که زاویه منکسره آن 90° گردد. یعنی اشعه منکسره مماس با سطح جدایی دو محیط شفاف می‌باشد، در شکل زیر، نقطه e زاویه بحرانی را تشکیل داده است و زاویه بحرانی به سمبول θ_c نمایش می‌دهیم.

اگر زاویه وارده از زاویه حدی یا بحرانی بزرگتر شود $\theta_1 > \theta_c$ یعنی در این صورت شعاع نور به داخل محیط اول دوباره بازگشت می‌کند که این حادثه را انعکاس گلی گویند، در شکل زیر، شعاع که در نقطه g و f تشکیل می‌گردد.



زاویه حدی یا بحرانی را در دو محیط از قانون سنل استفاده می‌نماییم، اگر $\theta_1 = \theta_c$ و $\theta_2 = 90^\circ$ گردد، پس داریم که

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ$$



در نتیجه بعد از ساده‌سازی زاویه حدی را در حالت کلی داریم

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{v_2}{v_3} = \frac{7}{5}$$

مثال (8): سرعت نور در یک محیط 0.90 برابر سرعت در هوا می‌باشد؛ ضریب انکسار ماده مذکور را دریابید.

حل: نظر به رابطه سرعت نور و ضریب انکسار داریم

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{1.0}{n_2} = \frac{0.90 v_1}{v_1} \Rightarrow n_2 = \frac{1.0}{0.90} = 1.1$$

رابطه طول موج با ضریب انکسار

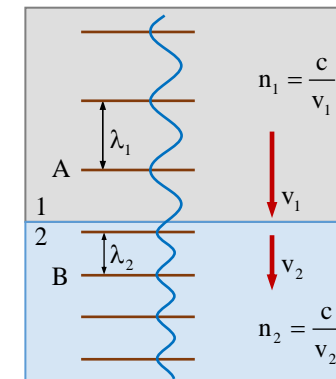
وقتی اشعه نوری از یک محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگر می‌شود؛ سرعت و طول موج آن تغییر می‌کنند، مانند شکل زیر اما فریکوئسی آن ثابت باقی می‌ماند؛ پس داریم

$$v = f\lambda \Rightarrow v_1 = f\lambda_1, v_2 = f\lambda_2$$

پس نتیجه می‌گیریم که $f_1 = f_2 = f_3 = \dots$ می‌گردد؛ در این صورت داریم

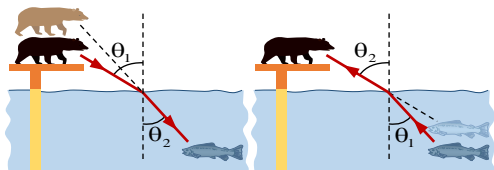
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{f\lambda_2}{f\lambda_1} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

می‌دانیم که سرعت نور با طول موج رابطه مستقیم را در است

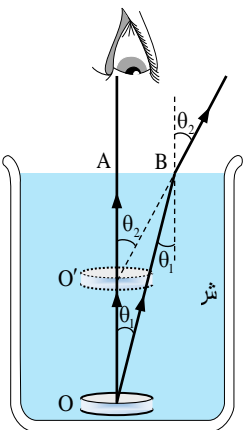


زاویه بحرانی و انعکاس کلی

وقتی که اشعه نوری از محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگر می‌شود؛ پس از شکسته شدن تصویر مجازی توسط امتداد یافته شعاعات منکسره تشکیل می‌شود، مثلاً ماهی برای یک خرس از محل واقعی آن بلندتر یعنی نزدیک سطح آب شکل زیر و خرس توسط ماهی از محل واقعی آن به فاصله بیشتر یعنی دورتر از سطح آب شکل زیر دیده می‌شود.



در شکل زیر موقعیت یک سکه را در ظرف مملو از آب نشان داده شده است، دو شعاع از نقطه O که به سطح آب وارد می‌شوند رسم می‌نماییم. اشعه OA بدون انکسار داخل هوا می‌گردد. مگر اشعه OB در سطح جدایی دو محیط انکسار نموده و از عمود بالای سطح آب فاصله می‌گیرد ($\theta_2 > \theta_1$).



با استفاده از قوانین انکسار و با در نظر داشت زوایای وارده و منکسره داریم

$$n \sin \theta_1 = \sin \theta_2 \quad \vee \quad \frac{1}{n} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

با توجه به شکل واضح می‌گردد که مثلث AOB مساوی به زاویه وارده θ_1 و زاویه $\hat{A}O'B$ با زاویه منکسره θ_2 مساوی می‌باشد.

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

و در حالت خاص یعنی محیط دوم خلا یا هوا باشد؛ پس $n_2 = 1$ می‌گردد، در این حالت زاویه حدی را چنین می‌نویسیم

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{1}{n} \right) = \arcsin \left(\frac{1}{n} \right)$$

مثال (9): اگر ضریب انکسار گلیسرین $\sqrt{2}$ باشد؛ زاویه بحرانی آن را بین محیط گلیسرین - هوا دریابید.

حل: نظر به رابطه زاویه بحرانی داریم

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{1}{n} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 45^\circ$$

مثال (10): زاویه بحرانی را برای اشعه دریافت نمایید که از آب وارد یخ می‌گردد؛ اگر ضریب انکسار یخ 1.309 و ضریب انکسار آب 1.333 باشد.

حل: در حالت کلی زاویه بحرانی را داریم

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{1.309}{1.333} \right) = \sin^{-1} (0.9842) = 79.80^\circ$$

تشکیل سراب .

اگر در روزهای گرم تابستان در صحراهای بزرگ یا سرک‌های آسفالت‌شده شاهراه‌ها، سفر داشته باشید، البته واقعه‌ای را خواهید دید که بنام سراب یاد می‌شود.

وقتی که در روزهای گرم تابستان سطح زمین گرم می‌شود، درجه حرارت طبقات هوای نزدیک به آن نسبت به اقشار بالاتر بلند شده و در نتیجه کثافت آن کم و ضریب انکسار آن کوچک می‌گردد، مانند شکل زیر در این حالت شعاع که بالای سطح زمین وارد می‌گردد، حین انعکاس کلی اشعه وارده از محیط شفاف غلیظ وارد محیط شفاف رقیق می‌گردد و از امتداد یافته شعاع منکسره یک مشاهده از داخل موتر تصویر اجسام را سرچپه می‌بیند، مسیر اشعه منکسره در هر لایه هوا تغییر یافته که گراف یک خط منحنی را تشکیل می‌دهد، این اثر می‌تواند.

تعیین عمق ظاهری و حقیقی

به اساس تعریف سین در مثلث‌های قائم‌الزاویه $\triangle AOB$ و $\triangle AO'B$ می‌توانیم بنویسیم که

$$\sin \theta_1 = \frac{AB}{OB} \quad \wedge \quad \sin \theta_2 = \frac{AB}{O'B}$$

اگر دو طرف معادله‌ها را تقسیم هم سازیم داریم

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{O'B}{OB}$$

اگر زاویه‌ی وارده به اندازه‌ی کافی کوچک باشد، یعنی می‌توانیم به سکه‌ی عمودی ببینیم، پس $O'B = O'A$ و $OB = OA$ می‌باشد، پس

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{O'A}{OA}$$

در این صورت با قیمت‌گذاری ضریب انکسار چنین می‌نویسیم

$$OA = n(O'A)$$

در رابطه‌ی فوقانی OA به نام عمق حقیقی، $O'A$ به نام عمق ظاهری و n را به نام ضریب انکسار محیط یاد می‌گردند.

مثال (11): اگر عمق ظاهری یک حوض 7.5 m و ضریب انکسار آب 1.3 باشد، عمق واقعی آن را دریابید.

حل: رابطه بین عمق ظاهری و حقیقی را داریم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow OA = 1.3(7.5 \text{ m}) = 9.8 \text{ m}$$

مثال (12): عمق یک حوض 2.0 m و ضریب انکسار آب 1.3 است، اگر از بالای آب تقریباً بطور عمود بر کف حوض نگاه کنیم؛ عمق حوض چند متر به نظر می‌رسد.

حل: نظر به رابطه‌ی عمق ظاهری و حقیقی داریم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 2.0 \text{ m} = 1.3(O'A) \Rightarrow O'A = 1.5 \text{ m}$$

مثال (13): در یک ظرف الکل با ضریب انکسار 1.36 به ارتفاع 17.0 cm ریخته شده است، در کف ظرف سکه‌ای قرار دارد وقتی بطور عمود نگاه می‌کنیم؛ سکه را چند سانتی‌متر بالاتر می‌بینیم.

حل: بالاتر دیدن سکه از موقعیت اصلی یعنی مقدار OO' را دریافت کنیم، برای دریافت آن از رابطه $OO' = OA - O'A$ استفاده می‌کنیم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 17.0 \text{ cm} = 1.36(O'A) \Rightarrow O'A = 12.5 \text{ m}$$

$$OO' = OA - O'A \Rightarrow OO' = 17.0 \text{ cm} - 12.5 \text{ cm} = 4.50 \text{ cm}$$

مثال (14): چند سانتی‌متر مایع را با ضریب انکسار $\frac{5}{4}$ داخل ظرف بریزیم تا وقتی به طور قائم از بالا به آن نگاه می‌کنیم، قاعده‌ی ظرف 9 سانتی‌متر بالاتر دیده می‌شود.

حل: نظر به رابطه داریم

$$OO' = OA - O'A \Rightarrow OO' = OA - \frac{OA}{n}$$

$$9 \text{ cm} = OA - \frac{OA}{\frac{5}{4}} \Rightarrow 9 \text{ cm} = OA - \frac{4}{5}OA$$

$$\Rightarrow 9 \text{ cm} = \frac{OA}{5} \Rightarrow OA = 45 \text{ cm}$$

مثال (15): در دو ظرف A و B تا ارتفاع 36 cm در اولی آب و در دومی بزین می‌ریزیم تعیین کنید. (الف) کدام یک از دو ظرف عمیق‌تر و به کدام به نظر می‌رسد. (ب) در کدام ظرف و چقدر از مایع اضافه کنیم تا عمق دو ظرف یکسان به نظر برسد. (پ) از کدام ظرف و به چه اندازه از مایع کم کنیم تا عمق هر دو ظرف یکسان به نظر برسد، (ضریب انکسار آب $\frac{4}{3}$ و از بزین $\frac{3}{2}$ است).

حل: مطابق به عمق ظاهری و حقیقی می‌نویسیم

جزء (الف): در قدم اول به طور جداگانه عمق ظاهری هر محیط را دریافت می‌کنیم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 36 \text{ cm} = \frac{4}{3}(O'A) \Rightarrow O'A = 27 \text{ cm}$$

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 36 \text{ cm} = \frac{3}{2}(O'A) \Rightarrow O'A = 24 \text{ cm}$$

همچنان برای سطح تحتانی تیغه در $n_3 = 1$ می‌توانیم بنویسیم که

$$n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 \Rightarrow n \sin \theta_2 = \sin \theta_3$$

دید می‌شود که یک طرف معادله‌ها با هم مساوی است پس $\theta_1 = \theta_3$ می‌گردد و تیغه مسیر اشعه نوری را تغییر نمی‌دهد، مگر اشعه نوری به اندازه d تغییر مکان می‌نماید، مانند شکل (3.11). اگر بخواهیم که مقدار تغییر مکان اشعه وارده را محاسبه کنیم، a وتر دو مثلث قائم‌الزاویه را نشان می‌دهد، از مثلث

$\triangle ABC$ می‌توانیم بنویسیم که

$$\cos \theta_2 = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\cos \theta_2}$$

و با استفاده از مثلث $\triangle ADC$ داریم که

$$\sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{d}{a} \Rightarrow d = a \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

از ترکیب این دو معادله حاصل می‌نماییم که

$$d = \frac{e}{\cos \theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

مثال (16): مقدار تغییر مکان اشعه وارده را در تیغه متوازی‌الاضلاع دریابید، اگر ضخامت تیغه 6 cm، زاویه وارده 60° و زاویه منکسر 30° باشد.

حل: دیده می‌شود که $e = 6$ cm، $\theta_1 = 60^\circ$ و $\theta_2 = 30^\circ$ می‌باشد، در این صورت مقدار تغییر مکان اشعه وارده را داریم.

$$\begin{aligned} d &= \frac{e}{\cos \theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{6 \text{ cm}}{\cos 30^\circ} \sin(60^\circ - 30^\circ) \\ &= \frac{6 \text{ cm}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{(6 \text{ cm})2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = 2\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

مثال (17): در شکل (3.12) مقدار جزء x را دریابید.

دید می‌شود که ظرف آب عمیق‌تر به نظر می‌رسد؛ یا به طور عمومی، مایعی که دارای ضریب انکسار کم‌تر باشد، عمق آن بیش‌تر است.

جزء (ب): باید به ظرف بزرگ مقدار اضافه گردد تا عمق آن به 27 cm برسد.

$$OA = n(O'A) \Rightarrow OA = \frac{3}{2}(27 \text{ cm}) \Rightarrow OA = 40.5 \text{ cm}$$

بنابراین مقدار بزرگ اضافه‌شده به ظرف برابر است با:

$$40.5 \text{ cm} - 36 \text{ cm} = 4.5 \text{ cm}$$

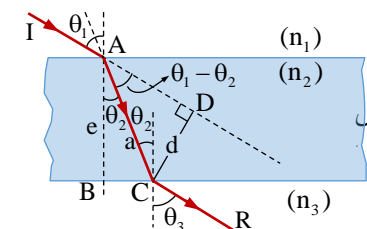
جزء (پ): اگر بخواهیم با کم کردن مایع ارتفاع دو مایع یکسان باشد، باید از ظرف آب مقداری کم کنیم تا ارتفاع ظاهری دو مایع برابر 24 cm شود.

$$OA = n(O'A) \Rightarrow OA = \frac{4}{3}(24 \text{ cm}) \Rightarrow OA = 32 \text{ cm}$$

مقدار آبی که باید کم کنیم $36 \text{ cm} - 32 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$ می‌باشد.

مسیر نور در تیغه متوازی‌السطوح

تیغه متوازی‌السطوح همان شیشه می‌باشد که دارای دو سطح موازی و ضخامت e باشد؛ مانند شیشه‌های ضخیم، و غیره. زمانی که اشعه نوری به تیغه وارد گردد این اشعه نوری دو مرتبه انکسار می‌نمایند، مرتبه اول به داخل تیغه و مرتبه دوم از تیغه خارج می‌گردد. که شعاع ورودی و خروجی با هم موازی و زاویه ورودی و خروجی با هم مساوی اند.

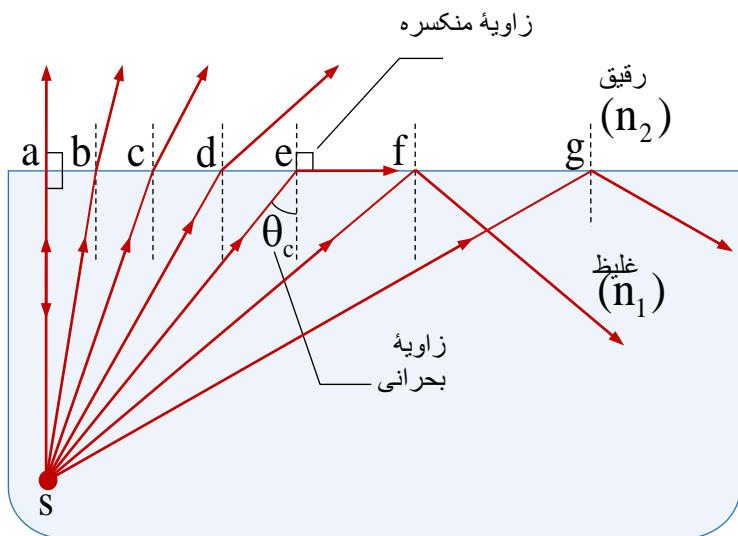


برای این که بتوانیم مسیر اشعه نوری را مطالعه کنیم، مطابق به شکل (3.11) اشعه نوری از محیط 1 با ضریب انکسار n_1 به محیط 2 که دارای ضخامت e و دارای ضریب انکسار n_2 است، وارد می‌گردد. مسیر اشعه نوری از محیط 1 وارد محیط 2 با استفاده از قانون سنل داریم که:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_1 = n \sin \theta_2$$

شفاف می‌باشد، در شکل (زیر)، نقطه e زاویه بحرانی را تشکیل داده است و زاویه بحرانی به سمبول θ_c نمایش می‌دهیم.

اگر زاویه وارده از زاویه حدی یا بحرانی بزرگ‌تر شود $\theta_1 > \theta_c$ یعنی در این صورت شعاع نور به داخل محیط اول دوباره بازگشت می‌کند که این حادثه را انعکاس گلی گویند، در شکل زیر، شعاع که در نقطه f و g تشکیل می‌گردد.



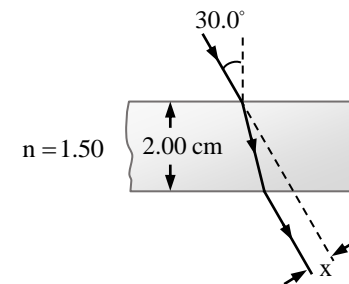
زاویه حدی یا بحرانی را در دو محیط از قانون سنل استفاده می‌نماییم، اگر $\theta_1 = \theta_c$ و $\theta_2 = 90^\circ$ گردد، پس داریم که

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ$$

در نتیجه بعد از ساده‌سازی زاویه حدی را در حالت کلی داریم

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

و در حالت خاص یعنی محیط دوم خلا یا هوا باشد؛ پس $n_2 = 1$ می‌گردد، در این حالت زاویه حدی را چنین می‌نویسیم



حل: در شکل فوقانی دیده می‌شود که $\theta_1 = 30.0^\circ$ ، $e = 2.00 \text{ cm}$ و $n = 1.50$ می‌باشند؛ برای دریافت قیمت x مقدار زاویه منکسره را دریافت می‌کنیم، پس داریم

$$\begin{aligned} \sin \theta_1 &= n \sin \theta_2 \Rightarrow \sin 30.0^\circ = (1.50) \sin \theta_2 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} &= (1.50) \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta_2 = 19.5^\circ \end{aligned}$$

اکنون برای دریافت قیمت x چنین می‌نویسیم

$$\begin{aligned} x &= \frac{e}{\cos \theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{2.00 \text{ cm}}{\cos 19.5^\circ} \sin(30.0^\circ - 19.5^\circ) \\ \Rightarrow x &= \frac{2.00 \text{ cm}}{0.943} (0.182) \Rightarrow x = 0.386 \text{ cm} \end{aligned}$$

اهداف آموزشی:

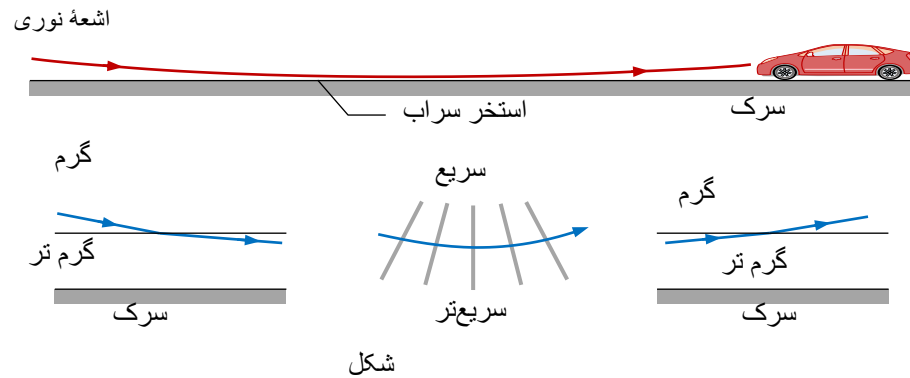
1_ دانش آموزان با مفاهیم اساسی موضوعات (زاویه بحرانی، انعکاس کلی، سراب، منشور، مسیر نور در منشور، تجزیه نور، تجزیه نور سفید در منشور، رنگین کمان، عدسیه ها، عدسیه های باریک، های محدب، عدسیه های مقعر، خصوصیات عدسیه های محدب، محراق عدسیه محدب الطرفین) آشنایی کامل دریافت کند.

2_ دانش آموزان با موارد استفاده از منشور و تجزیه نور آگاهی کامل کسب نمایند.

3_ دانش آموزان باید با اهمیت موضوعات هذا آشنا شده و بتوانند در زندگی روزمره شان تطبیق نمایند.

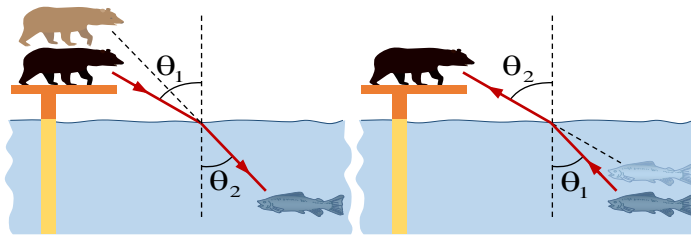
بخش اول: زاویه بحرانی و انعکاس کلی

اگر شعاع وارده به طور مایل از محیط غلیظ وارد محیط رقیق گردد؛ به آن زاویه وارده بحرانی یا حدی گفته می‌توانیم که زاویه منکسره آن 90° گردد. یعنی اشعه منکسره مماس با سطح جدایی دو محیط



تعیین عمق ظاهری و حقیقی

وقتی که اشعه نوری از محیط شفاف وارد محیط شفاف دیگر می‌شود؛ پس از شکسته شدن تصویر مجازی توسط امتداد یافته شعاعات منکسره تشکیل می‌شود، مثلاً ماهی برای یک خرس از محل واقعی آن بلندتر یعنی نزدیک سطح آب شکل (زیر) و خرس توسط ماهی از محل واقعی آن به فاصله بیشتر یعنی دورتر از سطح آب شکل (زیر)، دیده می‌شود.



در شکل (زیر) موقعیت یک سکه را در ظرف مملو از آب نشان داده شده است، دو شعاع از نقطه O که به سطح آب وارد می‌شوند رسم می‌نماییم. اشعه OA بدون انکسار داخل هوا می‌گردد. مگر اشعه OB در سطح جدایی دو محیط انکسار نموده و از عمود بالای سطح آب فاصله می‌گیرد ($\theta_2 > \theta_1$).

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

مثال (1): اگر ضریب انکسار گلیسرین $\sqrt{2}$ باشد؛ زاویه بحرانی آن را بین محیط گلیسرین - هوا دریابید.

حل: نظر به رابطه زاویه بحرانی داریم

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45^\circ$$

مثال (2): زاویه بحرانی را برای اشعه دریافت نمایید که از آب وارد یخ می‌گردد؛ اگر ضریب انکسار یخ 1.309 و ضریب انکسار آب 1.333 باشد.

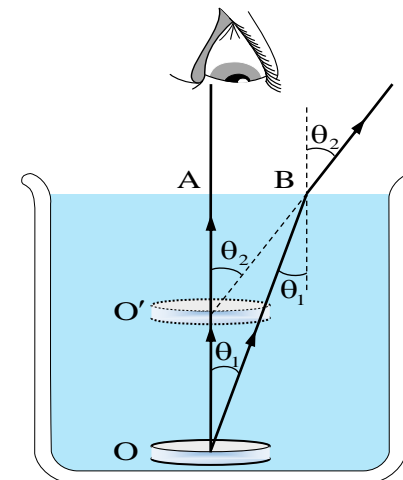
حل: در حالت کلی زاویه بحرانی را داریم

$$\theta_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1.309}{1.333}\right) = \sin^{-1}(0.9842) = 79.80^\circ$$

تشکیل سراب

اگر در روزهای گرم تابستان در صحراهای بزرگ یا سرک‌های اسفالت شده شاهراه‌ها، سفر داشته باشید، البته واقعه‌ای را خواهید دید که بنام سراب یاد می‌شود.

وقتی که در روزهای گرم تابستان سطح زمین گرم می‌شود، درجه حرارت طبقات هوای نزدیک به آن نسبت به اقلش بالاتر بلند شده و در نتیجه کثافت آن کم و ضریب انکسار آن کوچک می‌گردد، مانند شکل (زیر)، در این حالت شعاع که بالای سطح زمین وارد می‌گردد، حین انعکاس کلی اشعه وارده از محیط شفاف غلیظ وارد محیط شفاف رقیق می‌گردد و از امتداد یافته شعاع منکسره یک مشاهده از داخل موتر تصویر اجسام را سرچپه می‌بیند، مسیر اشعه منکسره در هر لایه هوا تغییر یافته که گراف یک خط منحنی را تشکیل می‌دهد، این اثر می‌تواند.



با استفاده از قوانین انکسار و با در نظر داشت زوایای وارده و منکسره داریم

$$n \sin \theta_1 = \sin \theta_2 \quad \vee \quad \frac{1}{n} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}$$

با توجه به شکل واضح می‌گردد که مثلث AOB مساوی به زاویه وارده θ_1 و زاویه $\hat{AO'B}$ با زاویه منکسره θ_2 مساوی می‌باشد.

به اساس تعریف سین در مثلث‌های قائم‌الزاویه AOB و $AO'B$ می‌توانیم بنویسیم که

$$\sin \theta_1 = \frac{AB}{OB} \quad \wedge \quad \sin \theta_2 = \frac{AB}{O'B}$$

اگر دو طرف معادله‌ها را تقسیم هم سازیم داریم

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{O'B}{OB}$$

اگر زاویه وارده به اندازه کافی کوچک باشد، یعنی می‌توانیم به سکه طور عمودی ببینیم، پس $O'B = O'A$ و $OB = OA$ می‌باشد، پس

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{O'A}{OA}$$

در این صورت با قیمت گذاری ضریب انکسار چنین می‌نویسیم
 $OA = n(O'A)$

در رابطه فوقانی OA به نام عمق حقیقی، $O'A$ به نام عمق ظاهری و n را به نام ضریب انکسار محیط یاد می‌گردند.

مثال: اگر عمق ظاهری یک حوض 7.5 m و ضریب انکسار آب 1.3 باشد، عمق واقعی آن را دریابید.

حل: رابطه بین عمق ظاهری و حقیقی را داریم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow OA = 1.3(7.5 \text{ m}) = 9.8 \text{ m}$$

مثال: عمق یک حوض 2.0 m و ضریب انکسار آب 1.3 است، اگر از بالای آب تقریباً بطور عمود بر کف حوض نگاه کنیم؛ عمق حوض چند متر به نظر می‌رسد.

حل: نظر به رابطه عمق ظاهری و حقیقی داریم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 2.0 \text{ m} = 1.3(O'A) \Rightarrow O'A = 1.5 \text{ m}$$

مثال: در یک ظرف الکول با ضریب انکسار 1.36 به ارتفاع 17.0 cm ریخته شده است، در کف ظرف سکه‌ای قرار دارد وقتی بطور عمود نگاه می‌کنیم؛ سکه را چند سانتی‌متر بالاتر می‌بینیم.

حل: بالاتر دیدن سکه از موقعیت اصلی یعنی مقدار OO' را دریافت کنیم، برای دریافت آن از رابطه $OO' = OA - O'A$ استفاده می‌کنیم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 17.0 \text{ cm} = 1.36(O'A) \Rightarrow O'A = 12.5 \text{ cm}$$

$$OO' = OA - O'A \Rightarrow OO' = 17.0 \text{ cm} - 12.5 \text{ cm} = 4.50 \text{ cm}$$

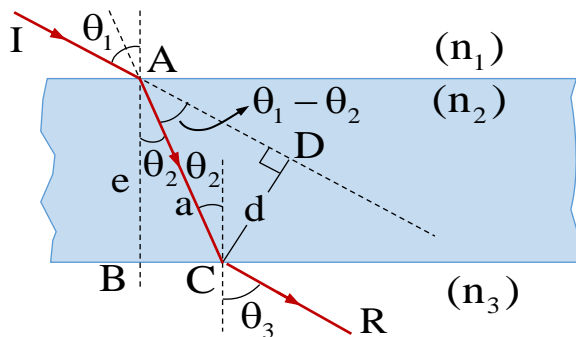
مثال: چند سانتی‌متر مایع را با ضریب انکسار $\frac{5}{4}$ داخل ظرف بریزیم تا وقتی به طور قائم از بالا به آن نگاه می‌کنیم، قاعده ظرف 9 سانتی‌متر بالاتر دیده می‌شود.

حل: نظر به رابطه داریم

$$OO' = OA - O'A \Rightarrow OO' = OA - \frac{OA}{n}$$

$$9 \text{ cm} = OA - \frac{OA}{\frac{5}{4}} \Rightarrow 9 \text{ cm} = OA - \frac{4OA}{5}$$

$$\Rightarrow 9 \text{ cm} = \frac{OA}{5} \Rightarrow OA = 45 \text{ cm}$$



مثال: در دو ظرف A و B تا ارتفاع 36 cm در اولی آب و در دومی بزین می‌ریزیم تعیین کنید. (الف) کدام یک از دو ظرف عمیق‌تر و به کدام به نظر می‌رسد. (ب) در کدام ظرف و چقدر از مایع اضافه کنیم تا عمق دو ظرف یکسان به نظر برسد. (پ) از کدام ظرف و به چه اندازه از مایع کم کنیم تا عمق هر دو ظرف یکسان به نظر برسد، (ضریب انکسار آب $\frac{4}{3}$ و از بزین $\frac{3}{2}$ است).

حل: مطابق به عمق ظاهری و حقیقی می‌نویسیم

جزء (الف): در قدم اول به طور جداگانه عمق ظاهری هر محیط را دریافت می‌کنیم

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 36 \text{ cm} = \frac{4}{3}(O'A) \Rightarrow O'A = 27 \text{ cm}$$

$$OA = n(O'A) \Rightarrow 36 \text{ cm} = \frac{3}{2}(O'A) \Rightarrow O'A = 24 \text{ cm}$$

دید می‌شود که ظرف آب عمیق‌تر به نظر می‌رسد؛ یا به طور عمومی، مایعی که دارای ضریب انکسار کم‌تر باشد، عمق آن بیش‌تر است.

جزء (ب): باید به ظرف بزین مقداری اضافه گردد تا عمق آن به 27 cm برسد.

$$OA = n(O'A) \Rightarrow OA = \frac{3}{2}(27 \text{ cm}) \Rightarrow OA = 40.5 \text{ cm}$$

بنابراین مقدار بزین اضافه‌شده به ظرف برابر است با:

$$40.5 \text{ cm} - 36 \text{ cm} = 4.5 \text{ cm}$$

جزء (پ): اگر بخواهیم با کم کردن مایع ارتفاع دو مایع یکسان باشد، باید از ظرف آب مقداری کم کنیم تا ارتفاع ظاهری دو مایع برابر 24 cm شود.

$$OA = n(O'A) \Rightarrow OA = \frac{4}{3}(24 \text{ cm}) \Rightarrow OA = 32 \text{ cm}$$

مقدار آبی که باید کم کنیم $36 \text{ cm} - 32 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$ می‌باشد.

مسیر نور در تیغه متوازی السطوح

تیغه متوازی السطوح همان شیشه می‌باشد که دارای دو سطح موازی و ضخامت e باشد؛ مانند شیشه‌های ضخیم، و غیره. زمانی که اشعه نوری به تیغه وارد گردد این اشعه نوری دو مرتبه انکسار می‌نمایند، مرتبه اول به داخل تیغه و مرتبه دوم از تیغه خارج می‌گردد. که شعاع ورودی و خروجی با هم موازی و زاویه ورودی و خروجی با هم مساوی اند.

برای این که بتوانیم مسیر اشعه نوری را مطالعه کنیم، مطابق به شکل (بالا) اشعه نوری از محیط 1 با ضریب انکسار n_1 به محیط 2 که دارای ضخامت e و دارای ضریب انکسار n_2 است، وارد می‌گردد. مسیر اشعه نوری از محیط 1 وارد محیط 2 با استفاده از قانون سنل داریم که:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_1 = n \sin \theta_2$$

هم‌چنان برای سطح تحتانی تیغه در $n_3 = 1$ می‌توانیم بنویسیم که

$$n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 \Rightarrow n \sin \theta_2 = \sin \theta_3$$

دید می‌شود که یک طرف معادله‌ها با هم مساوی است پس $\theta_1 = \theta_3$ می‌گردد و تیغه مسیر اشعه نوری را تغییر نمی‌دهد، مگر اشعه نوری به اندازه d تغییر مکان می‌نماید، مانند شکل (زیر). اگر بخواهیم که مقدار تغییر مکان اشعه وارده را محاسبه کنیم، a وتر دو مثلث قائم‌الزاویه را نشان می‌دهد، از مثلث

$\triangle ABC$ می‌توانیم بنویسیم که

$$\cos \theta_2 = \frac{e}{a} \Rightarrow a = \frac{e}{\cos \theta_2}$$

و با استفاده از مثلث $\triangle ADC$ داریم که

$$\sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{d}{a} \Rightarrow d = a \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

از ترکیب این دو معادله حاصل می‌نماییم که

$$d = \frac{e}{\cos \theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

در رابطه فوقانی d مقدار تغییر مکان، e ضخامت تیغه، θ_1 زاویه وارده و θ_2 زاویه منکسر می‌باشد.

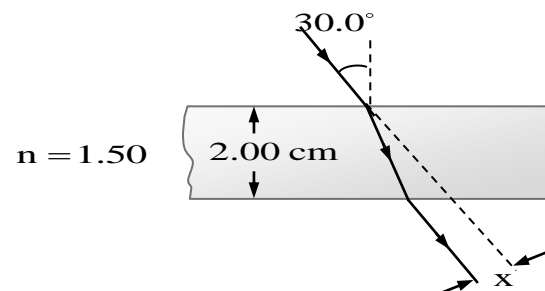
مثال: مقدار تغییر مکان اشعه وارده را در تیغه متوازی الاضلاع دریابید، اگر ضخامت تیغه 6 cm ، زاویه وارده 60° و زاویه منکسره 30° باشد.

حل: دیده می شود که $e = 6 \text{ cm}$ ، $\theta_1 = 60^\circ$ و $\theta_2 = 30^\circ$ می باشد، در این صورت مقدار تغییر مکان اشعه وارده را داریم.

$$d = \frac{e}{\cos \theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{6 \text{ cm}}{\cos 30^\circ} \sin(60^\circ - 30^\circ)$$

$$= \frac{6 \text{ cm}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{(6 \text{ cm})2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

مثال: در شکل (زیر) مقدار جزء x را دریابید.



حل: در شکل فوقانی دیده می شود که $\theta_1 = 30.0^\circ$ ، $e = 2.00 \text{ cm}$ و $n = 1.50$ می باشند؛ برای دریافت

قیمت x مقدار زاویه منکسره را دریافت می کنیم، پس داریم

$$\sin \theta_1 = n \sin \theta_2 \Rightarrow \sin 30.0^\circ = (1.50) \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = (1.50) \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta_2 = 19.5^\circ$$

اکنون برای دریافت قیمت x چنین می نویسیم

$$x = \frac{e}{\cos \theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2) = \frac{2.00 \text{ cm}}{\cos 19.5^\circ} \sin(30.0^\circ - 19.5^\circ)$$

$$\Rightarrow x = \frac{2.00 \text{ cm}}{0.943} (0.182) \Rightarrow x = 0.386 \text{ cm}$$