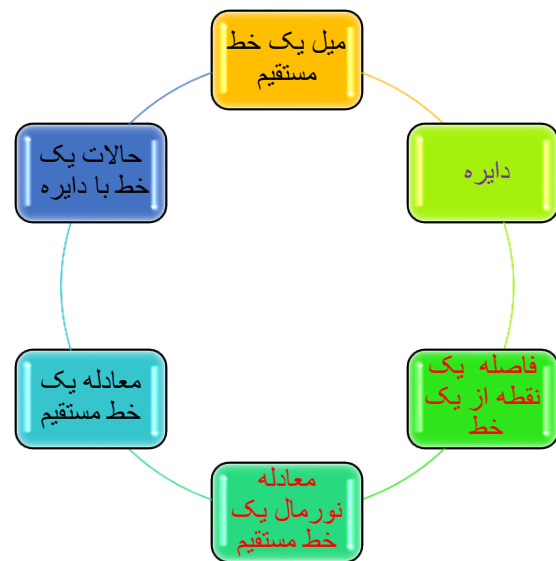


راهنمایی آموزشی ریاضی تسریعی ب - دوره ششم

آنچه قرار است درین بخش بخوانیم



اهداف آموزشی: در پایان این درس شاگردان قادر گردند:

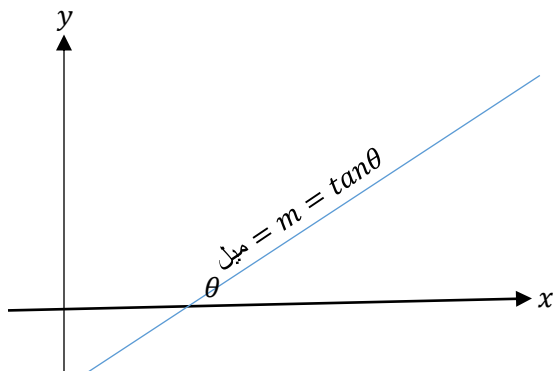
- ✓ مفاهیم خط مستقیم و میل خط مستقیم را درک کنند.
- ✓ معادله خط مستقیم را دانسته و آنرا تشکیل داده بتوانند.
- ✓ معادله نورمال خط مستقیم را بدانند و آنرا ترسیم کرده بتوانند.
- ✓ نقطه و فاصله یک نقطه از خط مستقیم را دریافت کرده بتوانند.
- ✓ دایره را تعریف و شکل آنرا ترسیم بتوانند.
- ✓ رابطه بین خط و دایره و حالات یک مستقیم با دایره را بدانند.

میل یک خط مستقیم

میل در لغت به معنی نشیبی را گویند و خط مستقیم که با افق زاویه حاده یا منفرجه را بسازد آنرا خط مایل گویند، پس این خط مستقیم دارای میل است.

میل یک خط مستقیم عبارت از تانجانت زاویه است که خط مستقیم با محور x می سازد. یعنی $m = \tan\theta$

به شکل ذیل توجه کنید.



اگر مختصات انجام های یک خط مستقیم به ترتیب $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ باشد، درین صورت میل خط مستقیم از رابطه ذیل دریافت می گردد.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال: میل خط مستقیم را دریافت نمائید که مختصات انجام های به ترتیب $A(6, 4)$ و $B(-3, 1)$ باشد.

حل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{6 - (-3)} = \frac{3}{6 + 3} = \frac{3}{9} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$$

معادله یک خط مستقیم

معادله هر خط مستقیم از نظر الجبری یک معادله دو مجهوله درجه یک است که به شکل ذیل ارائه می شود.

$$Ax + By + C = 0$$

معادله فوق معادله عمومی یک خط مستقیم است. که A ، B و C اعداد ثابت و x و y مجهول ها می باشد.

1. معادله خط مستقیم که موازی با محور x باشد.

تمام نقاط که بالای خط مستقیم l واقع باشند از محور X فاصله های مساوی دارند یا به عبارت دیگر مختصه y تمام نقاط که بالای خط مستقیم موازی با محور X واقع

$$y = mx + b \Rightarrow y = 2x + 5$$

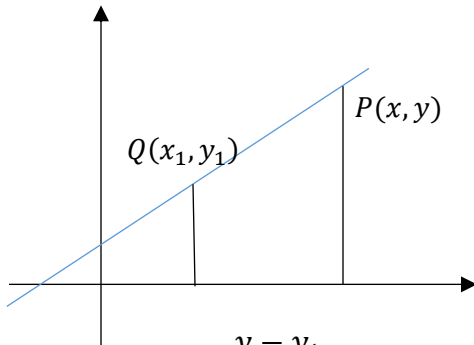
مثال 2: معادله خط مستقیم که میل $m = \frac{4}{3}$ باشد و محور y را در نقطه $b = -6$ قطع می کند بنویسید.

حل 2:

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{4}{3}x - 6$$

4. معادله خط مستقیم که میل و یک نقطه آن معلوم باشد. معادله خط l که میل آن m و از نقطه $Q(x_1, y_1)$ می گذرد.



$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال: معادله خط مستقیم را دریابید که میل آن (-2) و از نقطه $(5, 1)$ می گذرد.

حل:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 1 = -2(x - 5)$$

$$y = -2x + 11 \Rightarrow 2x + y - 11 = 0$$

5. معادله خط مستقیم که دو نقطه آن معلوم باشد.

اگر خط l که عمود نباشد و از نقاط $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ بگذرد، و نقطه $P(x, y)$ یک نقطه اختیاری روی این خط مستقیم باشد، درین صورت معادله آن قرار ذیل است.

باشند باهم موازی اند. اگر فاصله بین محور X و خط l به اندازه b باشد، درین صورت معادله خط عبارت اند از $y = b$.

مثال: معادله خط مستقیم که از نقطه $P(2, 3)$ می گذرد و با محور X موازی باشد را دریابید.

حل:

$$y = 3$$

2. معادله خط مستقیم که موازی با محور y باشد.

اگر فاصله خط مستقیم Δ از محور y به اندازه c باشد، درین صورت معادله خط مستقیم Δ عبارت اند از.

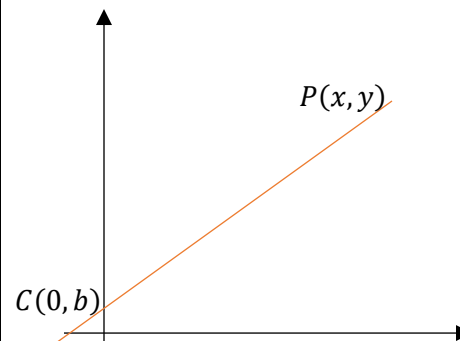
$$x = c$$

مثال: معادله خط مستقیم که از نقطه $P(2, 3)$ می گذرد و با محور y موازی اند را بنویسید.

$$x = 2$$

3. معادله معیاری خط مستقیم

معادله خط مستقیم است که میل و نقطه تقاطع آن با محور y معلوم باشد، اگر $P(x, y)$ یک نقطه خط مستقیم L باشد و $C(0, b)$ نقطه تقاطع این خط مستقیم با محور Y باشد درین صورت میل خط مستقیم L عبارت اند از.



$$m = \frac{y-b}{x-0} = \frac{y-b}{x}$$

$$y = mx + b, \quad y - b = mx$$

مثال: معادله خط مستقیم را دریابید که میل $m = 2$ و محور y را در نقطه $b = 5$ قطع نماید.

حل:

$$x \cos \theta + y \sin \theta = P \quad \text{or} \quad x \cos \theta + y \sin \theta - P = 0$$

مثال: اگر طول عمود بر یک خط مستقیم l از مبدای کمیات وضعیه مساوی به 5 واحد باشد و زاویه میل خط عمود (نورمال) 120° باشد میل خط مستقیم l و معادله نورمال و نقطه تقاطع با محور Y را دریابید.

حل:

$$x \cos \theta + y \sin \theta - P = 0$$

$$x \cos 120 + y \sin 120 - 5 = 0$$

$$\begin{cases} \sin 120 = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 120 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y - 5 = 0 \Rightarrow x - \sqrt{3}y + 10 = 0$$

میل مستقیم فوق قرار ذیل دریافت می گردد.

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{10}{\sqrt{3}} \Rightarrow m = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

مستقیم فوق محور Y را در نقطه $(0, \frac{10}{\sqrt{3}})$ قطع می کند.

تبدیل معادلات خط مستقیم از یک حالت به حالت دیگر

❖ تبدیل معادله عمومی خط مستقیم به شکل معادله معیاری آن

برای این تبدیل، از معادله عمومی $ax + by + c = 0$ قیمت y را دریافت می نمائیم.

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow by = -ax - c$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

مثال: معادله عمومی خط مستقیم $5x - 12y + 39 = 0$ را به شکل معیاری تبدیل نمائید.

حل:

$$5x - 12y + 39 = 0$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

مثال: معادله خط مستقیم را دریابید که از نقاط $(-2, 1)$ و $(6, -4)$ می گذرد.

حل:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y - 1 = \frac{-4 - 1}{6 - (-2)} (x - (-2))$$

$$y - 1 = \frac{-5}{8} (x + 2) \quad \text{or} \quad 5x + 8y + 2 = 0$$

6. معادله خط مستقیم که نقطه تقاطع آن با محور ها معلوم باشد.

اگر خط مستقیم l محور X را در نقطه $(a, 0)$ و محور Y را در نقطه $(0, b)$ قطع نماید و $P(x, y)$ یک نقطه اختیاری روی آن باشد، معادله آن عبارت اند از.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \frac{b - 0}{0 - a} (x - a)$$

$$\Rightarrow -ay = b(x - a) \Rightarrow -ay = bx - ab$$

$$\Rightarrow bx + ay = ab \Rightarrow \boxed{\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1}$$

مثال: معادله خط مستقیم را دریابید که محور X را در نقطه $(2, 0)$ و محور Y را در نقطه $(0, -4)$ قطع می کند.

حل:

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1 \quad \text{or} \quad 2x - y = 4$$

7. معادله نورمال یک خط مستقیم

معادله خط مستقیم l که طول خط عمود از مبدای کمیات وضعیه بالای خط l عبارت از P باشد و θ زاویه میل خط عمود باشد، عبارت اند از.



$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \Rightarrow y - 0 = \left(x + \frac{39}{5}\right) \frac{39}{12} - 0$$

$$0 + \frac{39}{5}$$

❖ تبدیل معادله عمومی خط مستقیم به شکل معادله خط مستقیمی که نقاط تقاطع آن با محورهای X و Y معلوم باشد.

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow ax + by = -c \Rightarrow \frac{ax}{-c} + \frac{by}{-c} = 1$$

$$\frac{x}{\frac{-c}{a}} + \frac{y}{\frac{-c}{b}} = 1$$

مثال: معادله $5x - 12y + 39 = 0$ را به شکل معادله خط مستقیمی که نقاط تقاطع آن با محورهای X و Y معلوم باشد، تبدیل نمائید.

$$5x - 12y = -39$$

$$\frac{5x}{-39} - \frac{12y}{-39} = 1$$

$$\frac{x}{-\frac{39}{5}} + \frac{y}{\frac{39}{12}} = 1$$

در مثال بالا $a = -\frac{39}{5}$ و $b = \frac{39}{12}$ می باشد.

❖ تبدیل معادله عمومی یک خط مستقیم به شکل نورمال آن

$$ax + by + c = 0$$

$$\frac{ax + by + c}{\pm\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ or } \frac{a}{\pm\sqrt{a^2 + b^2}}x + \frac{b}{\pm\sqrt{a^2 + b^2}}y = -\frac{c}{\pm\sqrt{a^2 + b^2}}$$

مثال: معادله عمومی $2x - 3y + 6 = 0$ را به شکل نورمال آن تبدیل نمائید.

حل:

$$\pm\sqrt{a^2 + b^2} = \pm\sqrt{2^2 + (-3)^2} = \pm\sqrt{13}$$

$$-12y = -5x - 39$$

$$y = \frac{5}{12}x + \frac{39}{12} \quad m = \frac{5}{12} \quad \text{and} \quad b = \frac{39}{12}$$

❖ تبدیل معادله عمومی Y خط مستقیم به شکل معادله خط مستقیمی که میل و یک نقطه آن معلوم باشد.

در معادله $ax + by + c = 0$ که میل آن $\frac{-a}{b}$ و یک نقطه آن $\left(\frac{-c}{a}, 0\right)$ می باشد. پس

$$y = \frac{-a}{b}\left(x + \frac{c}{a}\right) \quad m = \tan\theta = \frac{-a}{b}$$

مثال: معادله عمومی خط مستقیم $5x - 12y + 39 = 0$ را به شکل معادله خط مستقیمی تبدیل نمائید که میل و یک نقطه آن معلوم باشد.

حل:

$$5x - 12y + 39 = 0, \quad m = \frac{5}{12} \quad \text{and} \quad P\left(\frac{-39}{5}, 0\right)$$

$$y = \frac{5}{12}x + \frac{39}{12}$$

❖ تبدیل معادله عمومی به شکل معادله خط مستقیمی که دو نقطه آن معلوم باشد.

خطی که معادله آن $ax + by + c = 0$ است و از نقاط $\left(\frac{-c}{a}, 0\right)$ و $\left(0, \frac{-c}{b}\right)$ می گذرد.

$$y_1 = 0 \quad x_1 = \frac{-c}{a} \quad y_2 = \frac{-c}{b} \quad x_2 = 0$$

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) \Rightarrow y = \frac{-a}{b}\left(x + \frac{c}{a}\right)$$

مثال: معادله عمومی مستقیم $5x - 12y + 39 = 0$ را به شکل معادله خط مستقیم بنویسید که دو نقطه آن معلوم باشد.

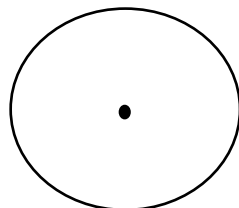
حل: خط مستقیم $5x - 12y + 39 = 0$ از نقاط $\left(0, \frac{39}{12}\right)$ و $\left(-\frac{39}{5}, 0\right)$ می گذرد.

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\pm\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(1) - 5(3) + 6|}{\sqrt{2^2 + (-5)^2}} = \frac{7}{\sqrt{29}}$$

در نتیجه فاصله بین دو خط موازی فوق برابر با $d = \frac{7}{\sqrt{29}}$ است.

دایره

عبارت از منحنی بسته است که تمام نقاط آن از یک نقطه ثابت فاصله های مساوی داشته باشد.

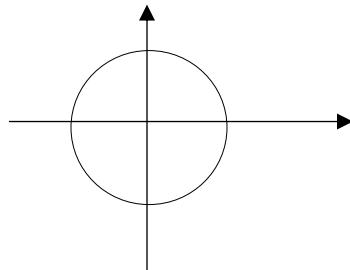


$C(O, R)$

معادله یک دایره

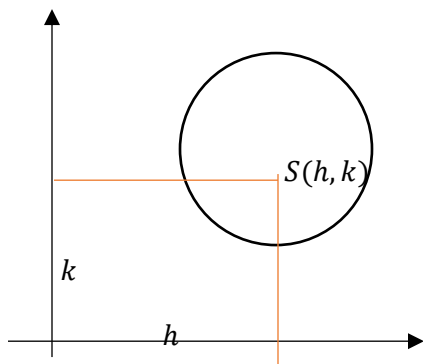
اگر مرکز دایره در مبدا کمیات وضعیه قرار داشته باشد، معادله آن عبارت اند از.

$$x^2 + y^2 = r^2$$



و اگر مرکز دایره در یک نقطه اختیاری از کمیات وضعیه قرار داشته باشد، معادله آن عبارت اند از.

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$



برای اینکه طرف راست مساوات مثبت باشد، علامه $\sqrt{13}$ باید منفی در نظر گرفته شود و داریم که.

$$-\frac{2}{\sqrt{13}}x + \frac{3}{\sqrt{13}}y - \frac{6}{\sqrt{13}} = 0$$

فاصله یک نقطه از یک خط مستقیم

اگر فاصله نقطه P را از خط مستقیم AB ، d در نظر بگیریم طوری که نقطه P بالای خط AB واقع نباشد، درین صورت با استفاده از معادله نورمال خط مستقیم فاصله نقطه $P(x_1, y_1)$ از خط AB از رابطه ذیل دریافت می گردد.

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\pm\sqrt{a^2 + b^2}}$$

مثال: فاصله نقطه $P(-2, 8)$ را از خط مستقیم $4x + 3y - 11 = 0$ دریافت نمائید.

حل:

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\pm\sqrt{a^2 + b^2}} = d = \frac{|4(-2) + 3(8) - 11|}{\pm\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-8 + 24 - 11|}{\sqrt{25}}$$

$$d = 1$$

فاصله بین دو خط موازی

فاصله بین دو خط موازی عبارت از فاصله در بین یک نقطه بالای یکی از خطوط و خط موازی دیگری می باشد.

مثال: فاصله بین دو خط موازی $2x - 5y + 13 = 0$ و $2x - 5y + 6 = 0$ را دریافت نمائید.

حل: یک نقطه را بالای یکی از خطوط موازی در می یابیم، طور مثال اگر در معادله خط مستقیم $2x - 5y + 13 = 0$ قیمت $x = 1$ باشد، قیمت $y = 3$ می گردد، پس فاصله نقطه $(1, 3)$ از خط مستقیم با معادله $2x - 5y + 6 = 0$ عبارت از فاصله بین دو مستقیم موازی است.

مثال: خط مستقیم $2x - y = 7$ با دایره $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 12 = 0$ چه رابطه دارد.

حل:

$$2x - y = 7 \Rightarrow y = 2x - 7$$

$$x^2 + (2x - 7)^2 - 8x - 2(2x - 7) + 12 = 0$$

$$5x^2 - 40x + 75 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 15 = 64 - 60 = 4 > 0$$

چون $\Delta = 4 > 0$ است، پس خط مستقیم دایره را در دو نقطه قطع می کند.

فعالیت ها

خط مستقیم $x + 3y - 5 = 0$ با دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ چه رابطه دارد؟

فاصله بین دو خط موازی $2x + y + 2 = 0$ و $6x + 3y - 8 = 0$ را

دریابید.

معادله نورمال خط مستقیم را دریابید که طول نورمال آن 10 واحد و نورمال با

جهت مثبت محور x زاویه 30 درجه را بسازد.

میل دو خط موازی باهم چه رابطه دارد؟

مثال: دایره S را دریابید که مرکز آن $S(-3,5)$ و طول شعاع آن 7 واحد باشد.

حل:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \Rightarrow (x + 3)^2 + (y - 5)^2 = 7^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x - 10y - 15 = 0$$

معادله عمومی یک دایره

اگر معادله معیاری یک دایره یعنی $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ انکشاف دهیم، معادله عمومی دایره بدست می آید. و عبارت اند از.

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey - F = 0$$

در رابطه فوق همیشه $A = B$ و هم علامه می باشد.

مثال: معادله عمومی و معیاری دایره را بنویسید که مرکز آن $(-2,3)$ و شعاع آن $r = 6$ است.

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 6^2$$

بعد از انکشاف معادله عمومی دایره قرار ذیل بدست می آید.

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 23 = 0$$

حالات یک خط مستقیم با دایره

یک خط مستقیم با دایره سه حالت ممکنه را دارید.

برای دانستن این سه حالت قیمت x یا y را از معادله خط مستقیم دریافت نموده در معادله دایره وضع می نمائیم، یک معادله یک مجهوله درجه دوم بدست می آید، درین معادله

$\Delta = b^2 - 4ac$ را دریافت می نمائیم و نظر به دلتا سه حالت وجود دارد.

➤ اگر $\Delta = 0$ باشد، خط مستقیم با دایره مماس است.

➤ اگر $\Delta > 0$ باشد، خط مستقیم دایره را در دو نقطه قطع می کند.

➤ اگر $\Delta < 0$ باشد، خط مستقیم با دایره نقطه مشترک ندارد.

آنچه قرار است درین بخش بخوانیم

معادله مماس و طول مماس

دریافت مساحت مثلث در صورتیکه کمیات وضعیه راس آن معلوم باشد

احصائیه: گراف چند ضلعی کثرت

گراف ساقه و برگ

چارک ها و گراف ساقه و برگ

گراف صندوقچه بی

مقایسه شاخص های مرکزی توسط منحنی نارمل

اهداف آموزشی: شاگردان درختم این درس قادر گردند تا:

- معادله مماس دایره را بدانند و طوب مماس را دریافت کرده بتوانند.
- مساحت مثلث را که کمیات وضعیه راس های آن معلوم باشد، دریافت بتوانند.
- علم احصائیه را تعریف کرده بتوانند.
- گراف های احصائیوی را تشریح و توضیح بتوانند.
- با انواع گراف های احصائیوی آشنا شوند و بتوانند داتا ها را در هر یک از گراف ها تنظیم نمایند.
- شاخص های مرکزی را بدانند، و با استفاده از منحنی نارمل شاخص های مرکزی را مقایسه بتوانند.

معادله مماس و طول مماس

اگر یک خط مستقیم با دایره بی که مرکز آن $C(h, k)$ و در نقطه $P_1(x_1, y_1)$ با دایره مماس باشد، پس میل شعاع مساوی است به $m = \frac{k-y_1}{h-x_1}$ و چون شعاع در نقطه تماس بر مماس عمود است، میل مماس مساوی است به $-\frac{h-x_1}{k-y_1}$ و چون یک نقطه خط مستقیم $P_1(x_1, y_1)$ است.

پس نظر به معادله $y - y_1 = m(x - x_1)$ داریم که

$$y - y_1 = -\frac{h - x_1}{k - y_1}(x - x_1)$$

معادله فوق به نام معادله مماس یاد می شود. که در نقطه $P_1(x_1, y_1)$ با دایره مماس است.

نکته: اگر مرکز دایره در مبداء کمیات وضعیه قرار داشته باشد معادله مماس عبارت اند از.

$$yy_1 + xx_1 = r^2$$

مثال 1: معادله خط مستقیمی را دریابید که در نقطه $(3, 4)$ با دایره $x^2 + y^2 = 25$ مماس باشد.

حل 1: چون مرکز دایره در مبداء کمیات وضعیه قرار دارد، پس داریم که.

$$y \cdot 4 + x \cdot 3 = 25 \Rightarrow 3x + 4y = 25$$

مثال 2: معادله خط مستقیم را دریابید که در نقطه $P(3, 5)$ با دایره بی که مرکز آن $(1, 2)$ است مماس باشد.

حل 2:

$$h = 1, k = 2, x_1 = 3, y_1 = 5$$

$$y - y_1 = -\frac{h - x_1}{k - y_1}(x - x_1) = y - 5 = -\frac{1 - 2}{2 - 5}(x - 3)$$

$$y - 5 = -\frac{2}{3}(x - 3)$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 21$$

طول مماس: اگر نقطه $P_1(x_1, y_1)$ که در خارج از دایره r^2 واقع باشد، مماس P_1T به این دایره رسم شود و نقطه T را به مرکز دایره وصل می کنیم درین صورت طول مماس از رابطه ذیل دریافت می گردد.

$$\overline{P_1T} = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2 - r^2}$$

$$\begin{aligned}
 S_{P_1P_2P_3} &= \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] \\
 &= \frac{1}{2} [4(-6 - 1) + 5(1 + 5) + 3(-5 + 6)] \\
 &= \frac{1}{2} (-28 + 30 + 3) = \frac{1}{2} 5 = 2.5 \\
 &\Rightarrow S_{P_1P_2P_3} = 2,5
 \end{aligned}$$

گراف چند ضلعی کثرت

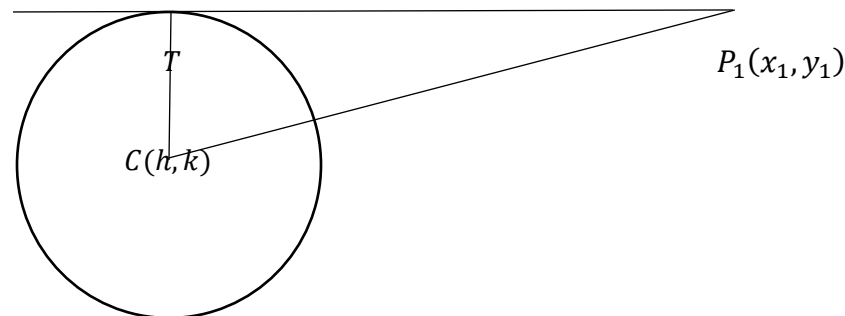
در علم احصائیه که علم تحلیل و تفسیر داتا و معلومات اند، در بعضی موارد برای بهتر نشان دادن داتاها از روش گراف استفاده می شود، که یکی ازین گرافها (چند ضلعی کثرت) اند.

در گراف چند ضلعی، مرکز هر دسته روی محور افقی و کثرت مطلق یا کثرت نسبی هر یک از دسته ها روی محور عمودی نشان داده می شود. متقابل با مرکز هر دسته و کثرت آن یک نقطه در مستوی مشخص می گردد که عرض مرکز دسته و طول آن برابر با کثرت آن دسته است. به تعداد دسته های جدول در مستوی سیستم مختصات نقطه بوجود می آید.

اگر به نقاط مذکور دونقطه اختیاری دیگر $(x_1 - c, 0)$ و $(x_n + c, 0)$ را در اول و آخر دسته ها اضافه کنیم، طوری که c وسعت هر صنف است. از اتصال این نقاط به یکدیگر، یک گراف حاصل می شود که آنرا گراف چند ضلعی کثرت می نامند.

مثال: گراف های مستطیلی و چند ضلعی داتای جدول زیر را رسم کنید.

حدود دسته	11-16	16-21	21-26	26-31	31-36
کثرت مطلق	3	5	8	7	2
مرکز دسته ها	13.5	18.5	23.5	28.5	33.5



نکته: به یادداشته باشید برای یافتن طول فاصله از یک نقطه خارج دایره به امتداد مماس کفایت می کند که قیمت های x و y نقطه را در معادله دایره وضع کنیم.

مثال: طول مماس را از نقطه $(-5, 10)$ بر دایره $5x^2 + 5y^2 + 14x + 12y - 10 = 0$ را دریابید.

حل:

$$5x^2 + 5y^2 + 14x + 12y - 10 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + \frac{14}{5}x + \frac{12}{5}y - 2 = 0$$

$$L = \sqrt{(-5)^2 + 10^2 - 14 + 24 - 2} = \sqrt{133} \quad \text{طول مماس}$$

دریافت مساحت مثلث در صورتکه کمیات وضعیه راس های آن داده شده باشد.

اگر راس های یک مثلث به ترتیب $P_1(x_1, y_1)$ ، $P_2(x_2, y_2)$ و $P_3(x_3, y_3)$ باشند مساحت مثلث از رابطه ذیل دریافت می گردد.

$$S_{P_1P_2P_3} = \frac{1}{2} [x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

مثال: اگر $A(4, -5)$ ، $B(5, -6)$ و $C(3, 1)$ راس های یک مثلث باشند مساحت این مثلث را دریابید.

حل:

$$x_1 = 4, y_1 = -5, x_2 = 5, y_2 = -6, x_3 = 3, y_3 = 1$$

4 0 1 4 5 6 6
5 2 7 8
6 5

چارک ها

اعداد که داتای مرتب را به چهار قسمت مساوی تقسیم می کنند آن ها را چارک های اول، دوم و سوم می نامند و با Q_1 ، Q_2 و Q_3 نشان داده می شود.

چارک اول مقداری است که 25% داتا جامعه پائین تر از آن و 75% داتای جامعه بالاتر از آن قرار می گیرند.

چارک دوم مقداری است که 50% داتای جامعه پائین تر از آن و 50% داتای جامعه بالاتر از آن قرار دارد.

چارک سوم عبارت از مقداری است که 75% داتای جامعه پائین تر از آن و 25% داتای جامعه بالاتر از آن قرار دارد.

نکته 1:

اگر داتا را به صورت صعودی مرتب کنیم میانه داتا مساوی به Q_2 و میانه نیمه اول داتا مساوی به Q_1 و میانه نیمه دوم داتا مساوی به Q_3 می باشد.

نکته 2:

محل P - ام طوریکه $p = 1, 2, 3, \dots$ را با استفاده از رابطه ذیل بدست می آوریم.

$$C_{QP} = \frac{P \cdot n}{4} + \frac{1}{2}$$

با استفاده از محل چارک مقدار چارک را تعیین کرده می توانیم.

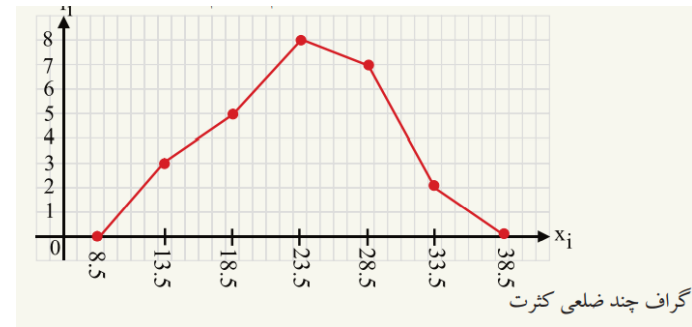
مثال: فرض کنید مشاهدات بدست آمده از یک بررسی قرار ذیل باشد

90 85 80 120 100 140

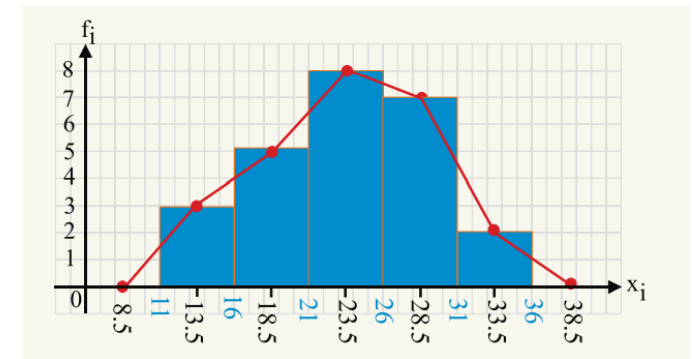
- محل چارک اول و سوم را دریافت کنید.

- مقادیر چارک های اول و سوم را دریافت کنید.

حل: اول داتای متذکره را شماره گذاری می نمائیم.



نمایش گراف مستطیلی و چند ضلعی کثرت باهم قرار ذیل است.



گراف ساقه و برگ

برای تجزیه و تحلیل داتای عددی از گراف ساقه و برگ استفاده می گردد، این گراف برای داتای که تفاوت کوچکترین و بزرگترین داتای از نظر تعداد رقم ها اندک باشد مناسب است.

مثال: دریک کتاب فروشی از 20 نوع کتاب که تعداد هر کدام در جدول زیر تذکر داده شده است موجود است، گراف ساقه و برگ را برای این داتا ترسیم کنید.

حل:

	برگ	ساقه
1	0 1 5	
2	3 7 8	
3	8 8 9 9	



- میانه را پیدا کنید.
- چارک اول را دریافت کنید
- چارک سوم را دریافت کنید
- گراف را رسم کنید.

مثال: اگر تعداد تصادفات ترافیکی یک شهر طی 15 روز قرار زیر داده شده باشد،

12 10 15 23 14 27 16 34 41 43 32 18 25 31 19

گراف صندوقچه بی آنرا ترسیم کنید.

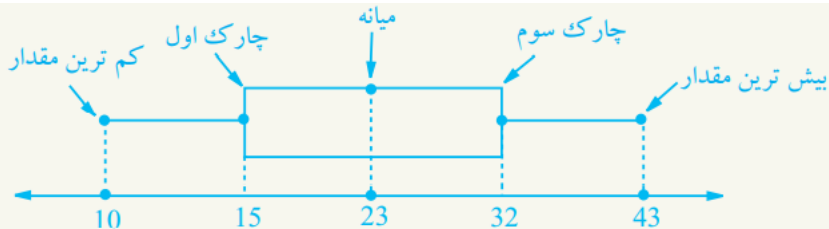
حل:

داتای فوق را مرتب می کنیم

10 12 14 15 16 18 19 23 25 27 31 32 34 41 43

کمترین داتا = 10 بیشترین داتا = 43 میانه = 23

چارک اول = 15 چارک سوم = 32



گراف بالا گراف صندوقچه بی است که 50% دیتا (Data) در داخل صندوق (بین چارک اول و سوم) قرار دارد. 25% دیتا (Data) در بین 10 الی 15 و 25% دیتا (Data) بین 32 الی 43 قرار دارند.

مقایسه شاخص های مرکزی توسط منحنی نارمل

شاخص های مرکزی عبارت از (اوسط، مود و میانه) می باشد، و منحنی نارمل یکی از جمله منحنی های معروف در علم احصائیه اند که اکثر پدیده های طبیعی را می توان توسط آن نمایش داد، این منحنی یک منحنی متناظر و مشابه یک زنگوله است.

داتا : 90 85 80 120 100 140
شماره : 1 2 3 4 5 6

محل چارک ها را با استفاده از فرمول فوق دریافت می نمایم.

$$C_{Q_1} = \frac{1 \cdot 6}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow C_{Q_1} = 2$$

$$C_{Q_2} = \frac{3 \cdot 6}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow C_{Q_2} = 5$$

پس با در نظر داشت شماره داتا ها مقدار داتا ها عبارت اند از.

$$Q_1 = 85$$

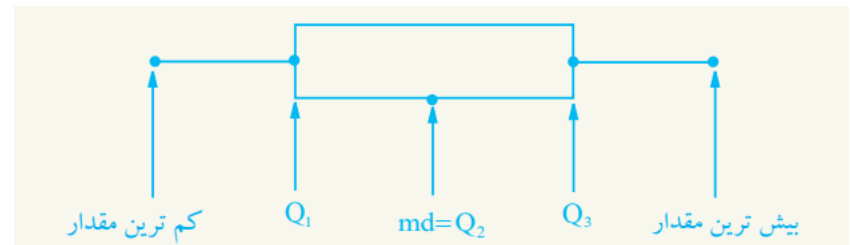
$$Q_3 = 120$$

گراف صندوقچه بی

گراف تصویری است که پراکندگی داتا را نسبت به گراف های دیگر بهتر نشان می دهد. این گراف، داتای را بر اساس مقادیر زیر نمایش می دهند.

- کمترین داتا
- چارک اول
- میانه
- چارک سوم
- بیشترین داتا

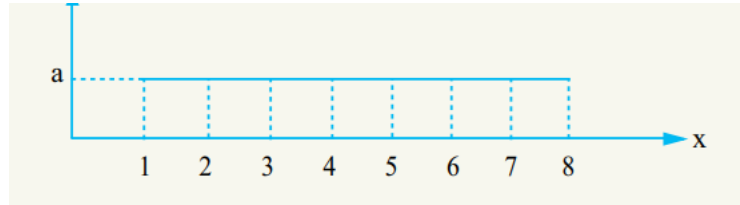
گراف صندوقچه بی نشان دهنده چارک ها، حد اقل و حد اکثر داتا است.



مراحل تهیه گراف صندوقچه بی عبارت اند از.

- کوچکترین داتا را پیدا کنید.
- بیشترین داتا را پیدا کنید.

مثال: در گراف ذیل اوسط و میانه را دریافت نمائید.



حل:

$$\text{میانہ} = \text{med} = \frac{4 + 5}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$$

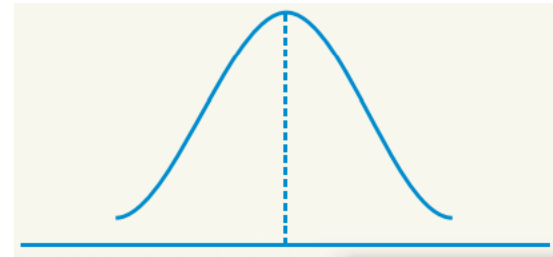
$$\bar{x} = \frac{a \cdot 1 + a \cdot 2 + a \cdot 3 + a \cdot 4 + a \cdot 5 + a \cdot 6 + a \cdot 7 + a \cdot 8}{a + a + a + a + a + a + a + a}$$

$$\bar{x} = \frac{36a}{8a} = 4.5$$

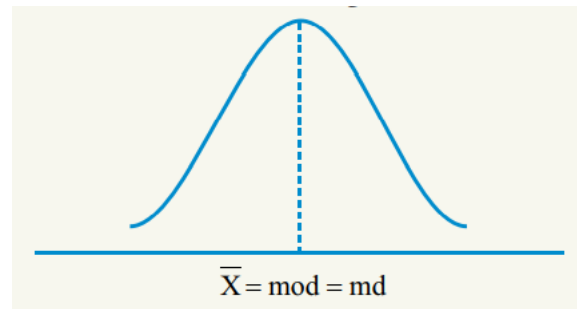
فعالیت ها

- ❖ معادله مماس چیست؟ بنویسید.
- ❖ طول مماس از کدام رابطه بدست می آید شرح داده و یک مثال کار کنید.
- ❖ احصائیه چیست؟ مفصلاً تشریح کنید.
- ❖ گراف چندضلعی کثرت چیست؟
- ❖ فرق گراف چند ضلعی کثرت و گراف مستطیلی چیست؟
- ❖ گراف ساقه و برگ چگونه داتا را نمایش می دهند؟ یک مثال کار کنید.
- ❖ از چارک ها در چه موارد استفاده می شود.
- ❖ چارک چگونه داتا ها ی اطلاعات احصائیه ی را تشریح می کند؟
- ❖ شاخص های مرکزی چیست و در احصائیه چه نقش دارد؟

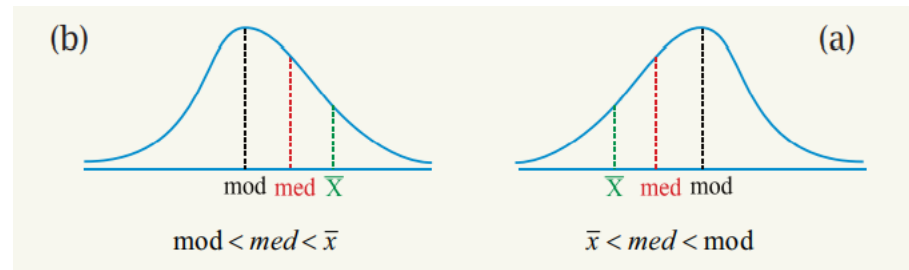
موفق باشید



چون منحنی نارمل متناظر است پس؛ در منحنی نارمل موقعیت اوسط، مود و میانه باهم برابر است و در نقطه اعظمی منحنی نارمل موقعیت دارد. یعنی:



اگر منحنی نارمل متناظر نباشد درین صورت داریم که:



- اگر اوسط و میانه مساوی باشند، تعداد داتای که قبل و بعد از اوسط و میانه قرار دارند، مساوی می باشند.
- اگر اوسط در سمت چپ میانه واقع باشند، داتای که در سمت راست اوسط قرار دارند بیش تر از تعداد داتای اند که در سمت چپ اوسط قرار دارند. مانند شکل a
- اگر اوسط در سمت راست میانه قرار داشته باشند، تعداد داتای که در سمت راست اوسط قرار دارند کمتر از تعداد داتای اند که در سمت چپ اوسط قرار گرفته اند.