



ریاضی

صنف هشتم



اعداد حقیقی

مقدمه:

در این درس، به شما اعداد حقیقی را معرفی خواهیم کرد و نشان خواهیم داد چگونه این اعداد را بر روی محور اعداد نشان دهید. اعداد حقیقی بخشی از ریاضیات هستند که در زندگی روزمره ما بسیار کاربرد دارند و به ما کمک می‌کنند تا مفاهیم مختلف مانند مسافت، دما و پول را درک کنیم. حتی اگر شما در محیطی زندگی می‌کنید که امکانات پیشرفته تکنولوژی در دسترس نیست، این مفاهیم همچنان در زندگی شما به کار می‌آید. بنابراین، این درس برای شما اهمیت زیادی دارد.

اهداف درس:

1. معرفی اعداد حقیقی
2. آشنایی با محور اعداد و نحوه نمایش اعداد بر روی آن
3. کاربرد اعداد حقیقی در زندگی روزمره

1. اعداد حقیقی چیست؟

اعداد حقیقی (Real Numbers) شامل انواع مختلفی از اعداد هستند که می‌توانند به صورت‌های مختلفی مانند اعداد تام، اعداد کسری، اعداد اعشاری، و اعداد غیرنسبتی (که از آن‌ها به نام اعداد اشاری نیز یاد می‌شود) ظاهر شوند.

- **اعداد تام یا عدد صحیح (Integers):** این‌ها اعدادی هستند که بدون قسمت اعشاری یا کسری نوشته می‌شوند. به عنوان مثال: -3 ، -2 ، -1 ، 0 ، 1 ، 2 ، 3
- **اعداد کسری (Fractions):** این اعداد به صورت کسرهایی مانند $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{5}{8}$ و ... نوشته می‌شوند.
- **اعداد اعشاری (Decimals):** این اعداد معمولاً با نقطه اعشاری نوشته می‌شوند، مانند 1.25 ، 2.5 ، 0.75
- **اعداد غیرنسبتی (Irrational Numbers):** این اعداد نمی‌توانند به صورت کسر ساده نوشته شوند. برای مثال جذر $(\sqrt{2})$ یا عدد پی (π) اعداد غیرنسبتی هستند.

2. محور اعداد:

محور اعداد یک خط افقی است که در آن اعداد مختلف از چپ به راست یا راست به چپ

قرار می‌گیرند. محور اعداد شامل اعداد مثبت و منفی است. در وسط این محور، نقطه‌ای به نام **مبداء** یا **صفر (0)** قرار دارد.

- اعداد **مثبت** در سمت راست صفر قرار دارند و از 0 به طرف راست افزایش می‌یابند (مثل 1، 2، 3 و ...).
- اعداد **منفی** در سمت چپ صفر قرار دارند و از 0 به طرف چپ کاهش می‌یابند (مثل -1، -2، -3 و ...).

3. کاربرد محور اعداد در زندگی روزمره:

در زندگی روزمره، محور اعداد می‌تواند برای نمایش مقادیر مختلفی مانند دما، پول، یا فاصله استفاده شود.

- **در مورد دما:** فرض کنید که شما در فصل زمستان در افغانستان هستید و دمای هوا منفی 5 درجه سانتیگراد است. این عدد منفی است و روی محور اعداد در سمت چپ صفر قرار می‌گیرد.
- **در مورد پول:** اگر شما 10 افغانی قرض گرفته‌اید، این عدد می‌تواند بر روی محور اعداد به سمت راست صفر قرار بگیرد. اما اگر 5 افغانی بدهکار باشید، عدد منفی -5 بر روی محور اعداد قرار می‌گیرد.
- **در مورد مسافت:** برای نمایش فاصله میان دو مکان، ممکن است از اعداد مثبت و منفی استفاده کنید. به عنوان مثال، اگر از خانه‌تان به مدرسه بروید و مسافت شما 4 کیلومتر باشد، این عدد مثبت است و در سمت راست صفر قرار می‌گیرد.

4. تمرین‌ها برای درک بهتر مفاهیم:

تمرین 1:

محور اعداد را روی یک کاغذ رسم کنید. اعداد زیر را بر روی آن قرار دهید:

$$1.25، -4.5، 0، 2، -3$$

برای هر عدد، موقعیت آن را در نظر بگیرید.

تمرین 2:

عدد 2.5 را روی محور اعداد نشان دهید. سپس از خودتان بپرسید:

- این عدد در کجا قرار دارد؟
- آیا از صفر بیشتر است یا کمتر؟

تمرین 3:

از یک خط کش یا اندازه‌گیری ساده برای نشان دادن فاصله 1 کیلومتر از خانه‌تان استفاده کنید. این فاصله را به شکل عدد مثبت بر روی محور اعداد قرار دهید. حالا فرض کنید که

فاصله دیگری از خانه شما به مدرسه منفی است (مثل فاصله 5 متر از محل کارتتان به محل تحصیل).

تمرین 4:

برای درک بهتر مفهوم اعداد اعشاری، یک ترازو یا اندازه‌گیری وزن در خانه پیدا کنید. وقتی که وزنی را اندازه می‌زنید که مثلاً 3.5 کیلوگرم است، این عدد را به صورت 3.5 بر روی محور اعداد نشان دهید.

5. فعالیت:

1. تمرین 1:

در محیط خود، با استفاده از چسب یا نوار رنگی، محور اعداد را رسم کنید. این محور باید در اطراف اتاق شما قرار گیرد. به کمک این محور اعداد، انواع مختلف اعداد مانند اعداد مثبت، منفی و اعشاری را روی آن قرار دهید. سپس سعی کنید هر بار که یک عدد جدید یاد می‌گیرید، آن را روی محور اضافه کنید.

2. تمرین 2:

با دوستان یا خانواده خود یک بازی بسازید. به این صورت که یک عدد را بر روی محور اعداد بگذارید و از آن‌ها بخواهید که با دادن مثال‌های مختلف (مثل فاصله‌های روزمره، دمای حرارت، پول) موقعیت‌های مختلف عدد را پیدا کنند.

6. نتیجه‌گیری:

امیدواریم که این درس به شما کمک کرده باشد تا اعداد حقیقی را بهتر بشناسید و آن‌ها را بر روی محور اعداد به درستی نمایش دهید. به یاد داشته باشید که اعداد حقیقی در زندگی روزمره بسیار کاربرد دارند و می‌توانند به شما کمک کنند تا مفاهیم مختلف مانند اندازه‌گیری، دما، پول و فاصله‌ها را درک کنید.

تمرین نهایی:

حالا از خودتان پرسید که در زندگی روزمره چگونه می‌توانید از این اعداد برای اندازه‌گیری یا محاسبه استفاده کنید؟ سعی کنید با استفاده از اشیاء ساده در خانه، مفاهیم مختلف اعداد حقیقی را درک کنید.

یاد داشت: دانش آموز عزیز از صفحه اول الی ششم کتاب مکتب را دقیق مطالعه نموده و

سوالات تمرینات را حل کنید

سوالات تقویتی

1. عدد 4 شامل کدام یک از ست‌های ذیل می‌باشد؟

N (1) W (2) I (3) همه (4)

2. عدد $\frac{3}{7}$ شامل کدام ست می‌باشد؟

N (1) W (2) Q (3) I (4)

3. عدد $\sqrt{4}$ شامل کدام ست می‌باشد؟

N (1) W (2) Q' (3) I (4) 2 و 1 درست است

4. عدد $\sqrt[3]{27}$ شامل کدام ست می‌باشد؟

N (1) Q (2) Q' (3) I (4)

5. از اتحاد ست اعداد ناطق و غیر ناطق کدام ست اعداد بوجود می‌آید:

1) تام (2) طبیعی (3) موهومی (4) حقیقی

6. عملیه جمع در ست اعداد حقیقی کدام خواص را دارا می‌باشد؟

1) تبدیلی (2) اتحادی (3) همه (4) بستگی

7. کدام خاصیت در ضرب وجود ندارد؟

1) خاصیت توزیعی ضرب بالای جمع (2) خاصیت توزیعی ضرب بالای تفریق

3) عناصر عینیت در عملیه ضرب عدد یک است (4) خاصیت توزیعی ضرب بالای تقسیم

8. عملیه تقسیم کدام خاصیت را دارا نمی‌باشد؟

1) تبدیلی (2) اتحادی (3) هیچکدام (4) 2 و 1 درست است

9. جذر $\sqrt{144}$ برابر است به:

1) 13 (2) 10 (3) 14 (4) 12

10. کدام عدد عدد نسبی است؟

1) -5 (2) π (3) $\sqrt{2}$ (4) $\frac{1}{3}$

11. جذر $\sqrt[3]{64}$ برابر است به:

1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5

12. حاصل $\sqrt{x^2}$ کدام است؟

1) x (2) |x| (3) \sqrt{x} (4)

13. کدام یک از گزینه‌های زیر درست نیست؟

1) $\sqrt{25} = 5$ (2) $\sqrt{36} = 6$ (3) $\sqrt{64} = 7$ (4) $\sqrt{81} = 9$

14. کدام یکی از عددهای زیر جذر کامل نیست؟

1) 81 (2) 49 (3) 100 (4) 60

15. عدد $\sqrt{5}$ شامل کدام ست می‌باشد؟

1) N (2) W (3) P (4) Q'

30. عدد 1.25 در کدام مجموعه شامل است؟
 (1) کامل (2) نسبی (3) طبیعی (4) تام
31. نتیجه $3 \times (5 + 4)$ چیست؟
 (1) 12 (2) 15 (3) 27 (4) 36
32. خاصیت توزیعی مربوط به کدام عملیه است؟
 (1) فقط جمع (2) فقط ضرب (3) ضرب بر جمع (4) جمع بر ضرب
33. اگر $7 = 0 + 7$ ، این چه خاصیتی را نشان می‌دهد؟
 (1) شرکت‌پذیری (2) عنصر عینیت در جمع (3) تبادل (4) توزیعی
34. حاصل $(2 \times 5) \times 3$ مساوی است به:
 (1) 30 (2) 10 (3) 15 (4) 60
35. حاصل $(5 + 4) + 6$ مساوی است به:
 (1) 10 (2) 11 (3) 15 (4) 9
36. اگر $9 = 1 \times 9$ ، این چه خاصیتی را نشان می‌دهد؟
 (1) عنصر عینیت ضرب (2) شرکت‌پذیری (3) توزیعی (4) تبدالی
37. اگر $5 \times 6 = 6 \times 5$ ، این چه خاصیتی را نشان می‌دهد؟
 (1) همانی (2) توزیعی (3) شرکت‌پذیری (4) تبدالی ضرب
38. جذر کدام عدد مساوی به عدد اصلی خودش است؟
 (1) 1 (2) 2 (3) 4 (4) 9
39. اگر $\sqrt{x} = 6$ ، مقدار x چیست؟
 (1) 36 (2) 12 (3) 18 (4) 6
40. حاصل $\sqrt{0}$ مساوی است به.
 (1) 0 (2) 1 (3) -1 (4) وجود ندارد
41. کدام عدد هم نسبی و هم حقیقی است؟
 (1) $\sqrt{3}$ (2) 7 (3) 3 (4) -7
42. کدام عدد در مجموعه اعداد غیرنسبی نیست؟
 (1) π (2) 1 (3) $\frac{3}{4}$ (4) 0
43. جذر مربع کدام اعداد تعریف نشده:
 (1) مثبت (2) منفی (3) اعشاری (4) کسری
44. خاصیت تبدیلی در کدام عملیه صدق نمی‌کند؟
 (1) جمع (2) تفریق (3) تقسیم (4) 2 و 3 درست است
45. اعداد حقیقی عبارت است از:
 (1) اتحاد اعداد منفی (2) اتحاد اعداد ناطق و منفی (3) اتحاد اعداد نسبی و غیرنسبی (4) هیچ کدام

16. کدام عدد طبیعی است؟
 (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) -2 (4) 7
17. کدام عدد کامل است؟
 (1) 5 (2) 8 (3) همه (4) 9
18. کدام عدد تام است؟
 (1) $\frac{6}{5}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) -12 (4) 2.8
19. کدام عدد نسبی نیست؟
 (1) $\frac{1}{4}$ (2) -2 (3) 3 (4) $\sqrt{3}$
20. دو شاگرد در صنف ریاضی بحث می‌کنند:
 • علی می‌گوید: «جذر یک عدد همیشه عددی کوچکتر از آن عدد است.»
 • سمیرا می‌گوید: «نه، بعضی وقت‌ها جذر با خودش برابر می‌شود.»
 به نظر تو کدام یک درست می‌گوید؟ چرا؟
 گزینه‌ی درست را انتخاب کن:
- (1) علی درست می‌گوید، چون جذر همیشه عددی کوچکتر از خودش است.
 (2) سمیرا درست می‌گوید، چون عدد 1 جذرش با خودش برابر است.
 (3) هر دو اشتباه می‌گویند، چون جذر هیچ عددی وجود ندارد.
 (4) هیچ کدام درست نمی‌گویند، چون جذر همیشه بزرگ‌تر از خودش است.
21. کدام عدد حقیقی نیست؟
 (1) 2 (2) 0 (3) $\sqrt{2}$ (4) i
22. جذر 9 کدام عدد است؟
 (1) 2 (2) 5 (3) 4 (4) 3
23. کدام عدد غیر نسبی است؟
 (1) 3.5 (2) 0 (3) $\sqrt{2}$ (4) -1
24. عدد 0 در کدام مجموعه عددی شامل است؟
 (1) اعداد طبیعی (2) اعداد کامل (3) اعداد نسبی (4) اعداد تام
25. کدام عدد طبیعی است؟
 (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) -2 (4) 7
26. کدام عدد کامل است؟
 (1) 0 (2) $\sqrt{7}$ (3) -9 (4) 3.14
27. کدام عدد نسبی نیست؟
 (1) $\frac{1}{4}$ (2) -2 (3) 3 (4) $\sqrt{3}$
28. عدد -4 در کدام مجموعه قرار دارد؟
 (1) طبیعی (2) تام (3) نسبی (4) غیرنسبی
29. کدام گزینه نتیجه خاصیت تبدالی جمع را نشان می‌دهد؟
 (1) $5 = 3 + 2$ (2) $5 = 2 + 3$ (3) $2 + 3 = 3 + 2$ (4) $4 = 2 + 2$

اهداف آموزشی؛

شاگردان باید در ختم این رهنمایی آموزشی عناوین از قبیل تناسب مرکب، فیصد، احدیت، تخفیف، ربح ساده و مرکب، اشکال متشابه، مضلعات متشابه، خطوط موازی، قضیه تالسدر مثلث، حالت های تشابه، مثلث ها، حالت اول، حالت دوم، حالت سوم را به خوبی تحلیل کرده بتواند.

تناسب مرکب؛

دانش آموزان عزیز هدف آموزشی و عنوان را که امروز باید یاد بگیرید تناسب مرکب است باید بیاموزید که تناسب مرکب چیست؟ و در زندگی روزمره چه کاربردی دارد؟

در این درس روش حل ساده و منطقی تناسب مرکب را خواهید آموخت، پس بیایم شروع کنیم، اما قبل از شروع درس انتظار ما این است که شما موضوع تعریف تناسب، تناسب مستقیم و تناسب غیر مستقیم را آموخته باشید.

تعریف تناسب مرکب: تناسب مرکب زمانی استفاده میشود که بیش از یک نسبت یا عامل در سوالات ما دخیل باشد یعنی؛ تساوی بیشتر از دو نسبت را تناسب مرکب می نامند. مانند؛

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} \quad \text{تناسب مرکب}$$

در رابطه فوق a,d,f,h را طرفین و b,c,e,g را وسطین می نامند.

روش حل تناسب مرکب: جهت تحلیل و دریافت جز مجهول در تناسب مرکب به شکل ساده و مفهومی چند مرحله ذیل را در نظر بگیرید.

1. ابتدا تمام عوامل را فهرست کنید. (مثلاً نفر، روز، کار، مقدار و ...)
2. مشخص کردن نسبت ها (یعنی باید تحلیل کنید که آیا نسبت شما مستقیم است یا غیر مستقیم)
3. تبدیل همه نسبت ها به نسبت مستقیم

اگر یک جمع بندی زیبا داشته باشیم به این نتیجه میرسیم ابتدا تمام عوامل را فهرست (لیست) میکنیم، سپس تحلیل میکنیم که نسبت ها مستقیم است یا غیر مستقیم (اگر نسبت ما مستقیم باشد به حالت خودش می نویسیم، اما اگر نسبت غیر مستقیم باشد آن را به نسبت مستقیم تبدیل میکنیم یا آن نسبت را برعکس میکنیم) و در نهایت طرفین وسطین میکنیم.

مثالها؛ برای یادگیری بهتر و آماده شدن برای امتحانات بین المللی موک باید به سه نمونه مثال ذیل توجه کنید.

1. مثالهای ساده (آسان): این سوالات مربوط درس شماسست که یادگیری آن الزامی می باشد.
2. مثالهای متوسط: این سوالات نیز مربوط کتاب مکتب و درس شماسست که باید آن را یاد بگیرید.
3. مثالهای سخت (ثقیل): این سوالات بالاتر از سطح مکتب شماسست. و مخصوص دانش آموزان نخبه و تواناست که یادگیری آن الزامی نیست اما دانش آموزان نخبه می تواند سطح دانش شان را ارتقا بخشد.

مثالها

مثال 1

مصرف انتقال 120kg جنس به فاصله 100km ، 4000 Af می گردد، مصرف انتقال 240kg جنس در فاصله 80km چند می شود؟
حل.

$$\frac{120}{240} = \frac{100}{80} = \frac{4000}{x} \Rightarrow x = \frac{240 \cdot 80 \cdot 4000}{120 \cdot 100} = 6400$$

پس مصرف انتقال 240kg جنس در فاصله 80km ، 6400 Af می شود.

مثال 1

10 نفر کارگر 200m² زمین را در 5 روز سنگ فرش می کنند، پس 5 نفر کارگر 100m² زمین را در چند روز سنگ فرش خواهند کرد؟
حل.

$$\frac{10}{5} = \frac{200}{100} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 100 \cdot 5}{5 \cdot 200} = 5$$

پس 5 نفر کارگر 100m² زمین را در 5 روز سنگ فرش می کنند.

مثال 2

احدیت یک روش محاسبه برای تناسب مستقیم است، که در معاملات تجاری و مسایل متنوع محاسبات، ضرورت به تعیین قیمت یک واحد اجناس و یا نرخ یک معیار مشخص بوجود می‌آید. مثلاً اگر قیمت 20 کیلوگرام روغن، 1500 افغانی باشد، مطلوب است دانستن قیمت یک کیلو روغن. و یا اگر 100 نفرکاری را در 5 روز اجرا کنند، یک نفر همان کار را در چند روز انجام می‌دهد. یا چند نفر عین کار را در یک روز انجام خواهند داد. هریک از سولات مطرح شده مربوط احدیت می‌باشد. اگر چه این مسایل، حالات خصوصی از تناسب های مستقیم یا معکوس اند ولی در تحلیل مسایل محاسبوی تقسیم به نسبت، تناسب، ربح، تنزیل و غیره دانستن ارزش یک واحد و یا نرخ معینه معیار واحد (احدیت) اولین مرحله محاسبه است.

مثال 2

به یک گروه شاگردان که 15 نفر عضو دارند، 495 ورق کاغذ و به گروه دوم که 12 نفر عضو دارند، 384 ورق کاغذ داده شده و برای اعضای کدام گروه کاغذ بیشتر می‌رسد؟

پاسخ

$$\frac{495}{15} = 33$$

تعداد برای هر عضو گروه اول

$$\frac{384}{12} = 32$$

تعداد ورق برای هر گروه دوم

پس معلوم گردید که برای هر عضو گروه اول، ورق بیشتر می‌رسد.

مثال 2

به مبلغ 500 افغانی (20 جلد کتابچه خریداری گردیده است، تعداد 35 جلد آن چند افغانی می‌گردد.

پاسخ

$$\frac{500}{20} = 25 \Rightarrow 35 \cdot 25 = 875$$

قیمت فی جلد کتابچه ؛

در نتیجه تعداد 35 جلد کتاب آن 875 افغانی است.

تخفیف

یکی از مسایل مربوط به تجارت بوده، اغلب اوقات فروشنده‌گان برای جلب مشتری بیشتر اجناس یا کالا را از جنس اصلی آن کمتر به فروش میرساند که این عملیه را تخفیف می‌نامند، و یا تخفیف عبارت از مقدار پولی است که فروشنده‌گان کمتر از قیمت اصلی از مشتری دریافت می‌کند لذا تخفیف نوعی استفاده از فیصد می‌باشد. و تمام مسائل آن به کمک فورمول فیصد حل میگردد.

مثال

6 پایه ماشین چاپ 12800 ورق را در 6 ساعت چاپ می‌کنند، 51200 ورق در 8 ساعت توسط چند ماشین چاپ، چاپ خواهد شد؟

حل.

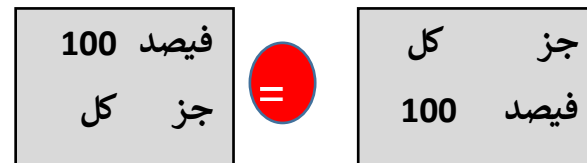
$$\frac{6}{x} \cdot \frac{12800}{51200} = \frac{6}{8} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 51200 \cdot 8}{12800 \cdot 6} = 32$$

در یافتیم که 51200 ورق در 8 ساعت توسط 32 ماشین چاپ، چاپ می‌گردد.

فیصد

فیصد از کلمه Percentume اشتقاق گردیده، که معنی یک بر صد را می‌دهد، یعنی محاسبه یک عدد از روی صد را فیصد می‌نامند. که با علامه (%) نشان می‌دهند. فیصد در موارد مختلف از قبیل تجارت، بانکداری، زراعت، داروسازی و غیره به کار می‌رود. مثلاً بیست و هشت فیصد را به 28% می‌نویسیم.

خوب میشود که برای فیصد یک فورمول بسازیم و اینطور خواند میشود کل بر صد و جز بر فیصد



مثال 1

30 فیصد کدام عدد 90 می‌گردد.

پاسخ

$$\left. \begin{matrix} 100 & 30 \\ x & 90 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 100}{90} = 300$$

کل جز

مثال 2

تعداد شاگردان یک کورس 1000 نفر است، 20% آن چی تعداد شاگرد است؟

$$\frac{100}{20} = \frac{1000}{x} \Rightarrow x = \frac{1000 \cdot 20}{100} = 200$$

پاسخ

احدیت

اگر مفاد یک سرمایه در مدت معین به شکل دوره پی به اصل سرمایه علاوه گردد و به حیث سرمایه جدید برای دور بعدی به ربح گذاشته شود و این پروسه دوام کند، ربح مرکب نامیده می‌شود و یا هرگاه مفاد یک سرمایه به اصل سرمایه علاوه و دوباره به مفاد گذاشته شود سرمایه جدید با مفاد که بدست می‌آید ربح مرکب گفته می‌شود؛ در صورتی که A سرمایه اولی، r نرخ و p سرمایه نهایی باشند، سرمایه نهایی از رابطه ذیل بدست می‌آید.

$$n \text{ مدت به سال} \Rightarrow P = A(1+r)^n \text{ مدت (نرخ) } (1+r) \text{ سرمایه قبلی} = \text{سرمایه نهایی}$$

$$\Rightarrow S = P - A \text{ سرمایه اولی} - \text{سرمایه نهایی} = \text{مفاد}$$

مثال 1

سرمایه 1000000AF به نرخ 10% بعد از مدت 4 سال از قرار ربح مرکب چند نفع می‌دهد، سرمایه نهایی آن را معین کنید.

$$\left. \begin{array}{l} A = 1000000 \\ n = 4 \text{ year} \\ r = 10\% \\ p = ? \end{array} \right\} P = A(1+r)^n$$

$$P = 253840 \left(1 + \frac{10}{100}\right)^4 = 10^6 \left(\frac{11}{10}\right)^4 = 10^6 \frac{11^4}{10^4} = 10^2 \cdot 11^4 = 10^2 \cdot 14641 \Rightarrow p = 1464100$$

پاسخ

مثلت ها زمانی متشابه است که شرایط ذیل را داشته باشد.

1. دو مثلث متشابه هم اند ، در صورتیکه اضلاع شان متناسب باشند.
2. دو مثلث متشابه است اگر دوزاویه دو مثلث دوبرو باهم مساوی باشند.
3. دو ضلع وزاویه بین آن دوضلع در دو مثلث باهم مساوی باشند ، مثلث ها متشابه اند.

تشابه مثلث ها

1. دو مثلث باهم انطباق پذیر اند اگر هر سه ضلع آنها باهم مساوی باشند.
2. دوضلع وزاویه بین دوضلع یک مثلث باهم مساوی باشند ، مثلث ها انطباق پذیر اند.
3. طول یک ضلع ووسعت دوزاویه مجاور آن باهم مساوی باشد ، مثلث ها انطباق پذیر اند.

مضلعاه متشابه

تعریف: دوشکل هندسی زمانی به یکدیگر متشابه اند:

1. تعداد اضلاع آنها مساوی باشد.
2. زوایای شان به یک دیگر انطباق پذیر باشند.
3. اضلاع مربوط شان متناسب باشند

اشکال متشابه

جنسی به ارزش 2400 افغانی به تخفیف 8% فروخته می‌شود شما مقدار تخفیف و قیمت فروش را دریابید.

پاسخ

$$\frac{100}{2400} = \frac{8}{x} \Rightarrow 100x = 19200 / :100 , x = 192$$

مقدار تخفیف آن 192 افغانی و قیمت فروش آن 2208 افغانی است.

جنسی با در نظر داشت 12% تخفیف در برابر پول نقد به مبلغ 17600 Af بفروش رسیده است، قیمت اصلی جنس را دریافت نمایید.

پاسخ

$$100\% - 12\% = 88\%$$

$$\left. \begin{array}{l} x \quad 17600 \\ 100 \quad 88 \end{array} \right\} \longrightarrow x = \frac{100 \cdot 17600}{88} \Rightarrow x = 20000$$

ربح ساده

مفادی که از یک سرمایه معین در یک مدت معین و نرخ معین حاصل می‌شود ربح ساده نامیده می‌شود. به یاد داشته باشید که در محاسبه مدت معمولاً به سال محاسبه می‌شود. طوریکه یک سال 12 ماه و 360 روز در نظر گرفته شده است.

فورمول ربح ساده

$$\text{نرخ} \cdot \text{مدت} \cdot \text{سرمایه}$$

$$\text{ربح} = \frac{\quad}{100}$$

مثال 1

مفاد مبلغ \$2400 از قرار 4% در مدت 2 سال چند می‌شود.

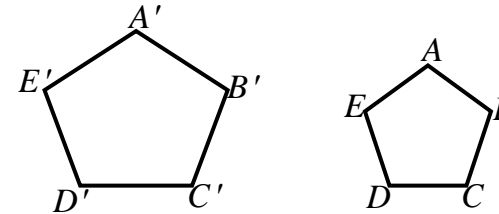
$$I = \frac{2400 \cdot 4 \cdot 2}{100} = \frac{24 \cdot 4 \cdot 2}{1} = 192\$$$

در اینجا همان ربح ساده می‌باشد.

ربح ساده مرکب

تعریف: دو مضلع زمانی به یکدیگر متشابه اند، که:

1. تعداد رأس های شان باهم مساوی باشند.
2. تمام زوایای مربوطه به یکدیگر انطباق پذیر باشند.
3. تمام اضلاع مربوطه دو مضلع متناسب باشند.



مضلعات $ABCDE$ و $A'B'C'D'E'$ متشابه اند چون که:

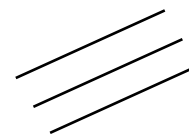
$$A \cong A', B \cong B', C \cong C', D \cong D', E \cong E'$$

$$\frac{\overline{AB}}{A'B'} = \frac{\overline{BC}}{B'C'} = \frac{\overline{CD}}{C'D'} = \frac{\overline{DE}}{D'E'} = \frac{\overline{EA}}{E'A'}$$

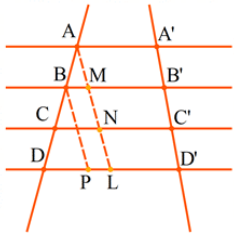
دو خط مستقیم موازی اند اگر خود خطوط و یا امتداد شان نقطه مشترک نداشته باشند که فاصله بین این دو خط در تمام نقاط مساوی می باشد.



1. اگر دو خط همزمان با یک خط سوم موازی باشد بین خود نیز موازی است.

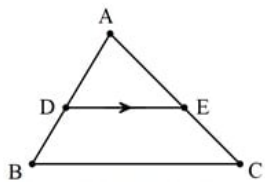


هرگاه دو یا چندین قطعه خط موازی توسط دو خط قاطع قطع گردند، بروی آنها قطعات متناسب جدا می کنند.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}$$

قضیه 1: هرگاه از یک نقطه یک ضلع مثلث یک خط طوری رسم شود که با یک ضلع مثلث موازی باشد پس دو ضلع دیگر مثلث را به گونه متناسب تقسیم می کن



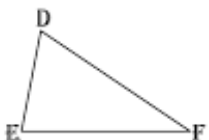
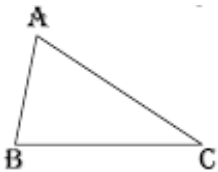
$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DB}{BC}$$

حالت اول: هرگاه دو مثلث دو زاویه مساوی داشته باشد؛ پس مثلث ها باهم مشابه است.

حالت دوم: اگر دو ضلع یک مثلث با دو ضلع دیگر متناسب و زاویه ما بین این دو ضلع باهم انطباق باشد مثلث ها باهم مشابه اند.

حالت سوم: اگر سه ضلع یک مثلث با سه ضلع دیگر متناسب باشد؛ آن دو مثلث باهم مشابه اند.



$$\hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{E}, \hat{C} = \hat{F}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = k$$

در این صورت می نویسیم:

سوالات تقویتی:

- 4.1 نجار 3 دروازه را در 2 روز می سازند، دریافت نمایند که چند نجار 6 دروازه را در 8 روز ساخته می تواند:
- الف) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5
15.2 فیصد عدد 84 مساویست به:
- الف) 12.6 (ب) $2\frac{3}{5}$ (ج) 13 (د) 14
10.3 فیصد عدد 5 مساوی است به:
- الف) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 0.5
40.4 فیصد عدد 700 مساوی است به:
- الف) 280 (ب) 290 (ج) 300 (د) 350
5. عدد 120 چند فیصد 1600 است:
- الف) 5.5% (ب) 6.5% (ج) 7% (د) 7.5%
6. عدد 19 چند فیصد عدد 95 است:
- الف) 10% (ب) 20% (ج) 30% (د) 40%
7. چند فیصد 12 عبارت از 0.12 می باشد:
- الف) 1% (ب) 2% (ج) 3% (د) 4%
8. 35% یک عدد 40 میباشد. عدد مذکور را دریابید:
- الف) 114.2 (ب) 100 (ج) 96 (د) 85
9. 250 فیصد کدام عدد 1200 است:
- الف) 450 (ب) 470 (ج) 480 (د) 500
10. 1.05 فیصد عدد 1200 مساوی است به:
- الف) 11 (ب) 12 (ج) 12.6 (د) 13
11. 12 فیصد عدد 180 را دریابید:
- الف) 15 (ب) 21.6 (ج) 35.5 (د) 38.5
12. $\frac{1}{4}$ حصه کدام عدد، 9 است:
- الف) 36 (ب) 72 (ج) 100 (د) 150
13. 15% کدام عدد اش 120 است.
- الف) 600 (ب) 680 (ج) 720 (د) 800
14. 20% کدام عدد 0.2 می باشد.
- الف) 1 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5
15. اگر 25% یک عدد 80 باشد. خود عدد چند است.
- الف) 320 (ب) 640 (ج) 860 (د) 1280
16. اگر 20% یک عدد 30 می باشد، عدد مذکور عبارت است از:
- الف) 260 (ب) 300 (ج) 500 (د) 150

17. یک درجن قلم 12 دانه به مبلغ 240 افغانی خرید شده قیمت 6 دانه قلم چند افغانی میشود؟
- الف) 126 (ب) 140 (ج) 100 (د) 120
18. چند فیصد عدد 180 می باشد:
- الف) 7.8% (ب) 6.6% (ج) 3.3% (د) 15%
19. 35% یک عدد 50 می باشد. این عدد مساوی است از:
- الف) 142.8 (ب) 100 (ج) 96 (د) 85
20. قیمت 4 متر تکه 600 افغانی است قیمت 15 متر تکه چند افغانی میشود؟
- الف) 2200 (ب) 2250 (ج) 2000 (د) 1500
21. قیمت یک تانکر آب 1000 لیتر مبلغ 1500 افغانی است قیمت یک لیتر آن را معلوم کنید؟
- الف) 215 (ب) 1.5 (ج) 3.5 (د) 2
22. قیمت یک درجن گیلانس چای خوری 6 دانه به مبلغ 240 افغانی خرید شده است قیمت 5 دانه آن چند افغانی میشود؟
- الف) 40 (ب) 45 (ج) 40.5 (د) 200
23. قیمت اصلی یک جنراتور 3500 افغانی است اگر فروشنده جنراتور را به 3000 افغانی بفروشد فیصدی تخفیف را دریابید:
- الف) 16.55% (ب) 14.2% (ج) 16.1% (د) 17.55%
24. هرگاه قیمت اصلی یک جنس 40000 افغانی باشد، مبلغ 30000 افغانی به فروش برسد فیصدی تخفیف را دریابید:
- الف) 25% (ب) 30% (ج) 35% (د) 40%
25. قیمت جنس بعد از تخفیف 6.5% مبلغ 1122 افغانی بوده قیمت اصلی آن را دریابید:
- الف) 1100 افغانی (ب) 1200 افغانی (ج) 1800 افغانی (د) 11400 افغانی
26. مصرف انتقال 60 کیلوگرام جنس در یک فاصله 1800 افغانی میشود دریابید که قیمت انتقال 35 کیلوگرام آن چند افغانی میشود؟
- الف) 1000 (ب) 1100 (ج) 1050 (د) هیچکدام
27. هرگاه از جنس که قیمت اصلی اش 4500 افغانی است 10% فیصد فایده اخذ شود چند افغانی به فروش خواهد رسید:
- الف) 4650 افغانی (ب) 4780 افغانی (ج) 4860 افغانی (د) 495 افغانی
28. جنس به ارزش 2000 افغانی به تخفیف 8% به فروش می رسد قیمت فروش را معلوم نمایید:
- الف) 1830 افغانی (ب) 1840 افغانی (ج) 1850 افغانی (د) 1880 افغانی
29. قیمت اصلی یک رادیو 530 افغانی است به قیمت 470 افغانی به فروش می رسد مقدار تخفیف را دریابید:
- الف) 40 افغانی (ب) 50 افغانی (ج) 60 افغانی (د) 70 افغانی
30. سرمایه 10000 افغانی از قرار نرخ 5% در مدت 8 سال چند نفع خواهد کرد:

- الف) 3000 افغانی (ب) 4000 افغانی (ج) 5000 افغانی (د) 6000 افغانی
31. مفاد 1000 افغانی از قرار نرخ 6% در مدت 2 سال مساوی است به:
- الف) 80 (ب) 100 (ج) 120 (د) 140
32. قیمت یک جنس که 3000 افغانی است به مبلغ 2550 افغانی به فروش رسیده است فیصدی تخفیف را دریافت کنید:
- الف) 10% (ب) 15% (ج) 20% (د) 25%
33. در مدت 25 روز ربح 18000 افغانی از قرار نرخ 8% مساوی است به:
- الف) 80 (ب) 90 (ج) 100 (د) 120
34. در اشکال که زوایای مساوی یک به یک با هم انطباق پذیر اند و نسبت اضلاع متناسب دارای مقدار ثابت باشد این اشکال با هم چه رابطه دارد؟
- الف) نسبت تشابه (ب) اشکال متشابه (ج) هر دو (د) هیچکدام
35. سرمایه 1840 افغانی به کدام نرخ در مدت 5 سال به قدر 460 افغانی نفع می‌کند:
- الف) 2% (ب) 3% (ج) 4% (د) 5%
36. سرمایه 20000 افغانی از قرار نرخ 10 فیصد در چه مدت به 4000 افغانی می‌رسد:
- الف) 720 روز (ب) 620 روز (ج) 520 روز (د) 420 روز
37. برای مدت 6 ماه سرمایه 3000 افغانی به ربح مرکب به نرخ 21% گذاشته شده است، سرمایه بعدی آن عبارت است از:
- الف) 3300 افغانی (ب) 3030 افغانی (ج) 3003 افغانی (د) 4004 افغانی
38. کدام سرمایه در مدت 3 سال از قرار نرخ 10 فیصد به ربح گذاشته شود تا سرمایه بعدی آن 6655 افغانی گردد:
- الف) 4000 افغانی (ب) 5000 افغانی (ج) 6000 افغانی (د) 6790 افغانی
39. کدام یکی از خصوصیات های زیر خواص چند ضلعی مشابه نیست؟
- الف) تعداد راس های شان با هم مساوی باشد (ب) تمام زوایا در مضلعات مشابه باید یک به یک با هم انطباق پذیر باشد
- ج) اضلاعی که در مقابل زوایای مساوی قرار دارد باید با هم متناسب نباشد (د) هیچکدام
40. خطوط که هیچ نقطه مشترک نداشته باشد بنام خطوط () یاد میشود؟
- الف) منطبق (ب) متقاطع (ج) موازی (د) هیچکدام
41. هرگاه دو مثلث دو زاویه مساوی داشته باشند پس مثلث ها با هم () اند
- الف) مساوی (ب) مختلف (ج) موازی (د) مشابه
42. هرگاه یک خط از یک نقطه ای روی یکی از اضلاع مثلث به یک ضلع مثلث موازی باشد دو ضلع دیگر آن را متناسباً تقسیم می کند به نام قضیه () یاد میشود؟
- الف) قضیه فیثاغورث (ب) قضیه تالس (ج) قضیه هویتنال (د) هیچکدام
43. اگر دو ضلع یک مثلث با دو ضلع مثلث دیگر متناسب و زاویه مابین این دو ضلع با هم انطباق پذیر باشند مثلث ها با هم () است
- الف) مشابه (ب) موازی (ج) مختلف (د) هیچکدام

44. در مثلث ABC، اگر خطی از رأس A به ضلع BC رسم شود به طوری که این خط مثلث را به دو مثلث با مساحت های مساوی تقسیم کند، این خط چه نام دارد؟
- الف) میانه (ب) ارتفاع (ج) نیمساز زاویه (د) عمود منصف
45. اگر دو شکل هندسی دقیقاً تمام زوایا و اضلاع برابر داشته باشند، این دو شکل چه رابطه ای با هم دارند؟
- الف) متشابه (ب) مساوی (ج) موازی (د) متقاطع

اهداف آموزشی

در پایان این دوره، شاگردان باید قادر باشند:

1. مفهوم تناظر و انواع آن (محوری و مرکزی) را تعریف و تصویر یک نقطه یا شکل را رسم نمایند.
2. خواص و ویژگی های مثلث متساوی الساقین را بیان و برای یافتن زاویه یا ضلع مجهول استفاده کنند.
3. قضیه فیثاغورس و معکوس آن را تشخیص، اثبات و در حل مسائل هندسی و عددی به کار ببرند.
4. روابط خاص در مثلث های قائم الزاویه با زوایای 30° و 60° را بشناسند و در محاسبه اضلاع استفاده کنند.
5. مفهوم ناصف زاویه را درک کرده و از آن برای تحلیل و تقسیم متناسب ضلع مقابل استفاده نمایند.

راهنمای آموزش مفاهیم هندسی

موضوعات شامل: تناظر، تناظر محوری، تناظر مرکزی، مثلث متساوی الساقین، قضیه فیثاغورس، معکوس قضیه فیثاغورس، مثلث قائم الزاویه (ویژه زوایای 30° و 60°)، ناصف زاویه

۱. تناظر (Correspondence)

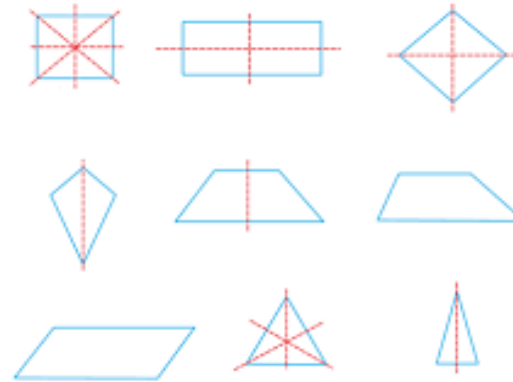
تعریف مفهومی:

تناظر به معنی ارتباط منظم و مشخص میان نقاط دو شکل است، طوری که هر نقطه در شکل اول با یک نقطه در شکل دوم مطابق باشد.

الف. تناظر محوری (Axial Symmetry)

تعریف ✓

در تناظر محوری، تصویر یک نقطه نسبت به یک خط (محور) به گونه‌ای ساخته می‌شود که فاصله دو نقطه از خط برابر و این خط عمود بر خط وصل‌کننده آن‌ها باشد.



فرمول

اگر نقطه $A(x, y)$ باشد و محور تقارن خط عمودی $x = a$ ، تصویر نقطه:

$$A'(2a - x, y)$$

اگر محور افقی باشد: $y = b$

$$A'(x, 2b - y)$$

تمرین

1. تصویر نقطه $(3, 5)$ نسبت به محور $x = 4$ را پیدا کنید.
2. تصویر مثلثی با رأس‌های مشخص را نسبت به محور افقی رسم کنید.

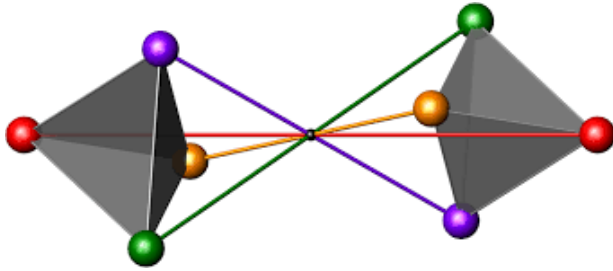
فعالیت

رسم شکل و تصویر آن با آینه‌ی کوچک یا کاغذ شفاف. مقایسه‌ی زاویه‌ها و فاصله‌ها.

ب. تناظر مرکزی (Central Symmetry)

تعریف ✓

در تناظر مرکزی، تصویر هر نقطه نسبت به یک نقطه معین (مرکز تقارن) ساخته می‌شود، طوری که مرکز در وسط دو نقطه باشد.



فرمول

اگر نقطه $A(x, y)$ و مرکز تقارن $O(a, b)$ باشد:

$$A'(2a - x, 2b - y)$$

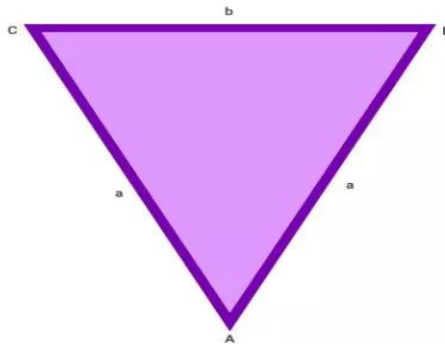
تمرین

1. تصویر نقطه $(2, 3)$ نسبت به نقطه‌ی مرکز تقارن $(4, 5)$ را محاسبه کنید.
2. تصویر یک چندضلعی نسبت به مرکز رسم شود.

۲. مثلث متساوی‌الساقین (Isosceles Triangle)

تعریف مفهومی

مثلثی است که در آن دو ضلع با هم مساوی باشند. این مساوات باعث می‌شود زوایای مقابل این دو ضلع نیز مساوی باشند.



روابط مهم:

اگر $AB = AC$ ، آنگاه:

$$\angle B = \angle C$$

و برعکس، اگر $\angle B = \angle C$ ، آنگاه:

$$AB = AC$$

تمرین:

1. رسم مثلث با دو ضلع مساوی و محاسبه زوایای آن.
2. اگر دو زاویه مساوی داده شود، آیا مثلث متساوی الساقین است؟

فعالیت:

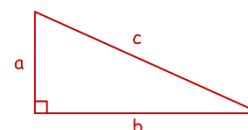
با تا کردن کاغذ یک مثلث متساوی الساقین بسازید و ناصف، ارتفاع و میانه را مقایسه کنید.

۳. قضیه فیثاغورس (Pythagorean Theorem)

تعریف مفهومی:

در یک مثلث قائم الزاویه، مربع طول وتر مساوی با مجموع مربع‌های دو ضلع دیگر است.

فرمول:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

که در آن c وتر) ضلع روبه‌روی زاویه قائمه (و a, b اضلاع دیگر اند.

تمرین:

1. اگر $a = 6$ و $b = 8$ ، مقدار c را پیدا کنید.
2. آیا اضلاع 7, 24, 25 می‌توانند مثلث قائم الزاویه بسازند؟

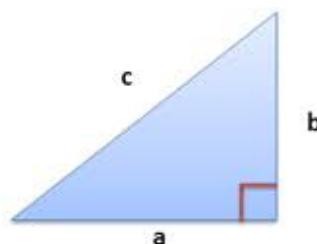
فعالیت:

با استفاده از گچ یا نوار در حویلی سه ضلعی‌های مختلف ساخته و فیثاغورس را بررسی کنید.

۴. معکوس قضیه فیثاغورس

تعریف مفهومی:

اگر در یک مثلث، مربع بزرگ‌ترین ضلع برابر مجموع مربع‌های دو ضلع دیگر باشد، آن مثلث قائم الزاویه است.



فرمول:

اگر $c^2 = a^2 + b^2$ مثلث قائم الزاویه است.

تمرین:

بررسی کنید که آیا مثلث‌هایی با اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳ یا ۹، ۴۰، ۴۱ قائم هستند.

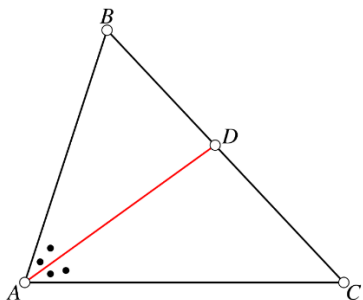
فعالیت:

نوشتن ۵ مجموعه از اعداد که بتوان با آن‌ها مثلث قائم ساخت.

۵. مثلث قائم با زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه

تعریف مفهومی:

در مثلث قائم که یک زاویه اش ۳۰ درجه و دیگری ۶۰ درجه باشد، روابط خاصی میان اضلاع وجود دارد.



رابطه نسبت:

اگر ناصف زاویه A ضلع مقابل BC را در نقطه D قطع کند:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

تمرین:

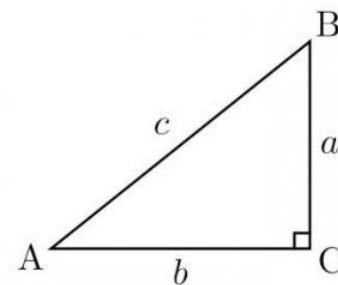
در مثلثی با $AB = 6$ ، $AC = 4$ ، اگر ناصف زاویه A ضلع BC را در نقطه D قطع کند، نسبت BD به DC را بیابید.

فعالیت:

ناصف زاویه را با پرگار رسم کرده و بررسی کنید آیا زاویه به دو بخش مساوی تقسیم شده است یا نه.

جدول خلاصه فرمول‌ها و مفاهیم

موضوع	فرمول یا رابطه مهم	تعریف مفهومی کوتاه
تناظر محوری	$A'(2a - x, y)$ یا $A'(x, 2b - y)$	قرینه‌ی شکل نسبت به یک خط
تناظر مرکزی	$A'(2a - x, 2b - y)$	قرینه‌ی شکل نسبت به یک نقطه
مثلث متساوی‌الساقین	$AB = AC \angle B = \angle C$	دو ضلع مساوی \rightarrow دو زاویه مساوی
فیثاغورس	$c^2 = a^2 + b^2$	در مثلث قائم: وتر مربع = جمع مربع‌های اضلاع



روابط:

• ضلع مقابل زاویه 30° برابر با نصف وتر است.

$$a = \frac{1}{2}c$$

• ضلع مقابل زاویه 60° برابر است با:

$$b = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$

تمرین:

اگر وتر $c = 10$ ، ضلع مقابل زاویه 30° و 60° را پیدا کنید.

فعالیت:

با استفاده از پرگار و نقاله مثلث $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ درجه رسم کرده و طول اضلاع را اندازه بگیرید و روابط را بررسی کنید.

۶. ناصف زاویه (Angle Bisector)

تعریف مفهومی:

ناصف زاویه پاره‌خطی است که یک زاویه را به دو زاویه مساوی تقسیم می‌کند و از رأس آن به ضلع مقابل کشیده می‌شود.

$$A'(2 \times 2 - 5, 2 \times 3 - 1) = A'(-1, 5)$$

✓ مثال ۲:

مرکز تقارن $O(0,0)$ و نقطه $B(-3,7)$ باشد.

$$B'(2 \times 0 - (-3), 2 \times 0 - 7) = B'(3, -7)$$

۳. مثلث متساوی الساقین

✓ مثال ۱:

در مثلثی $AB = AC$ و $\angle B = 40^\circ$ اندازه $\angle A$ و $\angle C$ را بیابید.

حل:

$$\angle C = 40^\circ \Rightarrow \angle A = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$$

✓ مثال ۲:

در مثلثی $\angle B = \angle C = 65^\circ$ آیا مثلث متساوی الساقین است؟

بله. چون دو زاویه مساوی اند، پس ضلع‌های مقابل آن‌ها نیز برابرند $AB = AC$:

۴. قضیه فیثاغورس

✓ مثال ۱:

در مثلثی $a = 9$ ، $b = 12$ طول وتر c را بیابید.

$$c = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$$

✓ مثال ۲:

مثلثی با $b = 7$ ، $c = 25$ ، a را بیابید:

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24$$

موضوع	فرمول یا رابطه مهم	تعریف مفهومی کوتاه
معکوس فیثاغورس	$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow$ قائم	اگر این تساوی برقرار باشد \rightarrow مثلث قائم است
مثلث ۳۰-۶۰-۹۰	$b = \frac{\sqrt{3}}{2}ca = \frac{1}{2}c$	روابط خاص بین اضلاع
ناصف زاویه	$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$	تقسیم کننده زاویه به دو بخش مساوی

پیشنهاد ساختاری برای آموزش:

مثال های آموزشی:

۱. تناظر محوری

✓ مثال ۱:

نقطه‌ای به مختصات $A(5,2)$ داریم. تصویر آن را نسبت به محور $x = 3$ پیدا کنید.

حل: فرمول:

$$A'(2a - x, y) = A'(2 \times 3 - 5, 2) = A'(1, 2)$$

✓ مثال ۲:

نقطه $B(4,6)$ را نسبت به محور افقی $y = 2$ قرینه کنید.

حل:

$$B'(x, 2b - y) = B'(4, 2 \times 2 - 6) = B'(4, -2)$$

۲. تناظر مرکزی

✓ مثال ۱:

مرکز تقارن $O(2,3)$ و نقطه $A(5,1)$ است. تصویر آن را بیابید.

حل:

۵. معکوس قضیه فیثاغورس

مثال ۱ ✓

آیا اضلاع ۶، ۸ و ۱۰ می‌توانند یک مثلث قائم باشند؟
بررسی:

$$10^2 = 100, \quad 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow \text{است قائم}$$

مثال ۲ ✓

آیا اضلاع ۹، ۱۰، ۱۲ می‌توانند مثلث قائم باشند؟
بررسی:

$$12^2 = 144, \quad 9^2 + 10^2 = 81 + 100 = 181 \neq 144 \Rightarrow \text{قائم نیست}$$

۶. مثلث با زوایای ۳۰ و ۶۰ درجه

مثال ۱ ✓

وتر مثلث ۳۰-۶۰-۹۰ برابر ۱۲ است. اضلاع دیگر را بیابید.

$$a = \frac{1}{2} \times 12 = 6, \quad b = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$

مثال ۲ ✓

در مثلث ۳۰-۶۰-۹۰ ضلع مقابل زاویه ۶۰ درجه برابر $8\sqrt{3}$ است. وتر را بیابید.

$$b = \frac{\sqrt{3}}{2}c \Rightarrow c = \frac{2b}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times 8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 16$$

مثال ۱ ✓

در مثلثی $AB = 6$ ، $AC = 3$ ، ناصف زاویه A ضلع BC را در D قطع کرده. نسبت $BD:DC$ چیست؟

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow BD = 2 \times DC$$

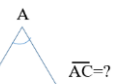
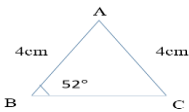
مثال ۲ ✓

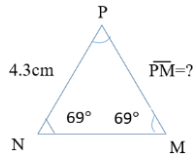
در مثلثی $AB = 5$ ، $AC = 10$ ، اگر ناصف زاویه A ضلع مقابل را به دو بخش تقسیم کند، نسبت آن‌ها چیست؟

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

سوالات تقویتی:

- هرگاه یک شکل هندسی به امتداد یک خط مستقیم طوری قات کنیم که دو قسمت شکل باهم منطبق شوند، دو قسمت قات شده باهم چه ارتباط دارند؟
الف) متناظر (ب) غیر متناظر (ج) متناظر (د) غیر متناظر
- مربع دارای چند محوری تناظر است؟
الف) یک محور (ب) دو محور (ج) سه محور (د) چهار محور
- آیا تمام اشکال هندسی متناظر است؟
الف) بلی (ب) خیر (ج) هر دو غلط (د) هر دو درست
- تناظر محوری هر شکل هندسی، شکل است که هر نقطه آن نظر به یک نقطه شکل اولی.....باشد؟
الف) نامتناظر (ب) متناظر (ج) متناظر (د) هیچکدام
- هرگاه سه ضلع دو مثلث باهم مساوی باشد، مثلث‌های مذکور باهم چه ارتباط دارد؟
الف) متشابه است (ب) منطبق است (ج) ارتباط ندارد (د) هیچکدام
- مجموع زاویه داخلی یک مثلث چند درجه است؟
الف) ۱۶۰ (ب) ۱۸۰ (ج) ۱۵۰ (د) ۳۶۰
- در مثلث متساوی الساقین اندازه زاویه C را پیدا کنید؟
الف) 50° (ب) 55° (ج) 52° (د) 60°
- ناصف عمودی قطعه خط‌های واصل بین نقاط متناظر را به نام..... یاد می‌کند؟
الف) محوری تناظر (ب) محوری اشکال (ج) قطعه خط (د) هیچکدام
- در مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین زاویای مقابل دو ضلع قائم چند درجه است؟
الف) 30° (ب) 45° (ج) 60° (د) 90°
- در هر مثلث قائم الزاویه مجموعه مربعات اضلاع قائم مساوی است به مربع وتر. را به نام قضا..... یاد می‌کنید؟
الف) تالس (ب) فیثاغورث (ج) ارسطو (د) هیچکدام





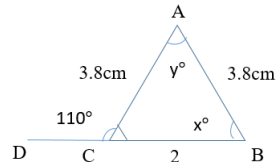
24. اندازه PM را پیدا کنید؟

الف) 4.3cm

ب) 4.9cm

ج) 3cm

د) 5



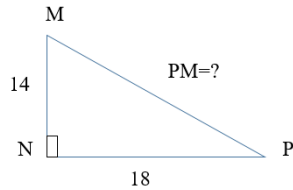
25. اندازه زاویه γ را پیدا کنید؟

الف) 50 درجه

ب) 60 درجه

ج) 40 درجه

د) 80 درجه



26. اندازه PM را پیدا کند؟

الف) $\sqrt{520}$

ب) $\sqrt{52}$

ج) 540

د) 49

27. در مثلث قائم الزاویه مربع ارتفاع بالای وتر مساوی به حاصل ضرب دو قطعه خط ایجاد شده بالای وتر می باشد؟

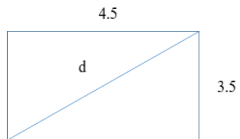
الف) بلی (ب) خیر (ج) هر دو غلط است (د) هیچکدام

28. اندازه زاویه B را در شکل ذیل پیدا کند؟

الف) 50 (ب) 80

ج) 90 (د) 120

29. طول قطری مستطیل ذیل را پیدا کند؟



الف) $\sqrt{32.50}$

ب) $\sqrt{520}$

ج) 45

د) 32.5

30. کدام یکی از قضا به ذیل در مثلث قائم الزاویه درست است؟

الف) مربع وتر مساوی است به مجموع مربعات اضلاع قائم.

ب) مربع وتر مساوی است به مجموع اضلاع قائم.

ج) مربع وتر مساوی است به مجموع نصف اضلاع قائم.

د) مربع وتر مساوی است به مجموع یک ضلع قائم.

31. اندازه یک ضلع مربع مساوی به 4cm باشد، اندازه قطر مربع را پیدا کند؟

11. دایره دارای چند محوری تناظر است؟

الف) یک محور (ب) دو محور (ج) صد محور (د) بینهایت

12. در مثلث ذیل اندازه AC را پیدا کنید؟

الف) 3.2cm (ب) 2.3cm (ج) 4cm (د) 3cm

13. برای دریافت متناظر یک شکل نظر به یک نقطه، کدام گزینه درست است؟

الف) هر نقطه شکل را به نقطه مرکزی وصل نموده و به اندازه خودش امتداد می دهیم.

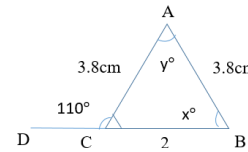
ب) هر نقطه شکل را به نقطه مرکزی وصل نموده و دو برابر خودش امتداد می دهیم.

ج) هر نقطه شکل را به نقطه مرکزی وصل نموده و نصف خودش امتداد می دهیم.

د) هیچکدام

14. در مثلث ذیل اندازه زاویه x را پیدا کنید؟

الف) 50° (ب) 60° (ج) 70° (د) 80°



15. اگر دو ضلع یک مثلث باهم مساوی باشد، زاویای مقابل آن باهم مساوی است؟

الف) بلی (ب) خیر (ج) هر دو درست (د) هر دو غلط

16. در مثلث GHI اندازه زاویه H را دریابید؟

الف) 50 درجه (ب) 55 درجه (ج) 90 درجه (د) 60 درجه

17. مستطیل دارای چند محوری تناظر است؟

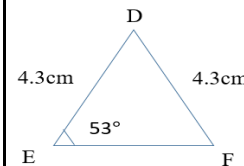
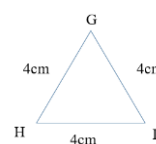
الف) یک محور (ب) دو محور (ج) سه محور (د) چهار محور

18. اشکال هندسی دارای چند محور تناظر است؟

الف) یک محور (ب) دو محور (ج) چند محور (د) الف و ج درست

19. در مثلث DEF اندازه زاویه D را پیدا کنید؟

الف) 70 (ب) 74 (ج) 53 (د) 55



20. در یک مثلث قائم الزاویه یکی از ضلع قائم 6 سانتی متر و

اندازه وتر آن 10 سانتی متر باشد، اندازه ضلع دیگری قائم را پیدا کنید؟

الف) 5 سانتی متر (ب) 6 سانتی متر (ج) 7 سانتی متر (د) 8 سانتی متر

21. کدام یکی از اعداد زیر طول ضلع های یک مثلث قائم الزاویه را نشان می دهد

الف) 1،4،5 (ب) 2،3،4 (ج) 6،8،10 (د) 5،6،6

22. در مثلث قائم الزاویه اندازه اضلاع قائم 2 و 3 واحد باشند، اندازه وتر عیارت است؟

الف) 2 (ب) 3 (ج) $\sqrt{13}$ (د) $\sqrt{2}$

23. مجموعه زاویه خارجی یک مثلث چند درجه است؟

الف) 180 (ب) 360 (ج) 150 (د) 200

42. طول یک صنف درسی 12 متر، عرض آن را پیدا کند در صورت که فاصله بین دو گنج متقابل آن 13 متر باشد؟

الف) 3 متر ب) 4 متر ج) 5 متر د) 6 متر

43. در مثلث قائم الزاویه، اگر مجموع دو زاویه آن 90 درجه باشد زاویه سوم آن باید چند درجه باشد؟

الف) 30° ب) 110° ج) 120° د) 90°

44. در هر مثلث قائم الزاویه، حاصل ضرب اضلاع قائم مساوی است به حاصل ضرب ارتفاع در می باشد؟

الف) میانه ب) وتر ج) ارتفاع د) هیچکدام

45. هر نقطه روی ناصف الزاویه، از زاویه متساوی الفاصله است؟

الف) از یک ضلع ب) از دو ضلع ج) از سه ضلع د) از چهار ضلع

ناصف الزاویه های داخل مثلث

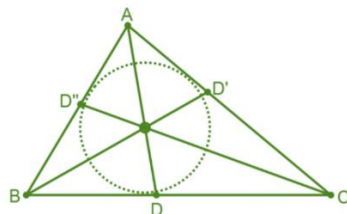
تعریف: خطی است که یک زاویه مثلث را نصف می کند.

خواص ناصف الزاویه:

➤ هر مثلث دارای سه ناصف الزاویه است که همدیگر را در یک نقطه قطع می کند، و این نقاط مرکزی دایره محاطی است.

➤ در تمام مثلث ها نقطه تقاطع در داخل مثلث قرار دارد.

➤ در شکل خطوط AD, BD, CD ناصف الزاویه، زاویه های A, B و C است.



ارتفاع های مثلث

تعریف: خطی که از راس بالای ضلع مقابل عمود رسمی شود.

خواص ارتفاع مثلث:

الف) 12cm ب) 16cm ج) 32cm د) $\sqrt{32}$

32. برای کدام طول های ذیل مثلث قائم الزاویه تشکیل نمی شود؟

الف) 3، 4، 5 ب) 6، 8، 10 ج) 1، 2، 3 د) 5، 12، 13

33. در مثلث ABC طول $AB=5\text{cm}$ ، $AC=3\text{cm}$ و $BC=4\text{cm}$ است، شما طول ارتفاع یا CH را پیدا کنید؟

الف) 2.4cm ب) 4.2cm ج) 3.3cm د) 1cm

34. در مثلث اندازه زاویه آن به ترتیب 30 درجه، 60 درجه و 90 درجه باشد، چه نوع مثلث تشکیل می شود؟

الف) قائم الزاویه ب) منفرج الزاویه ج) حاده الزاویه د) هیچکدام

35. در یک مثلث ABC، نقطه M وسط ضلع AC است و BM میانه ای است

که از رأس B به وسط AC کشیده شده است. اگر طول میانه $BM = 3$ واحد

باشد، طول ضلع AC چند واحد است؟

الف) 5 ب) 6 ج) 7 د) 8

36. یک زینه به طول 5m به دیوار تکیه داده شده در صورت که فاصله پایه ای زینه تا دیوار 3m باشد، شما ارتفاع دیوار را پیدا کنید؟

الف) 3 متر ب) 4 متر ج) 5 متر د) 6 متر

37. در هر مثلث قائم الزاویه طول میانه که از راس قائم بالای وتر وصل می شود مساوی به نصف است؟

الف) میانه ب) وتر ج) ارتفاع د) هیچکدام

38. مثلث متساوی الساقین دارای چند محوری تناظر است؟

الف) یک محور ب) دو محور ج) صد محور د) بینهایت

39. در مثلث ABC، C را به نام زاویه قائمه است، اگر $AB = 16$ و CD میانه باشد، شما طول CD را پیدا کنید؟

الف) 4 ب) 5 ج) 7 د) 8

40. در یک مثلث اندازه یک زاویه آن 30 درجه و زاویه دیگر آن 50 درجه باشد، شما اندازه سوم آن را پیدا کنید؟

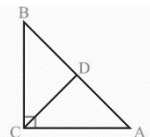
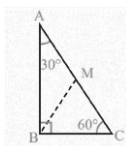
الف) 30° ب) 100° ج) 60° د) 90°

41. برای دریافت متناظر یک شکل نظر به محور از هر نقطه روی شکل، خط عمودی بالای محور تناظر رسم نموده و به اندازه خودش امتداد می دهیم و

از متناظر شکل حاصل میشود؟

الف) وصل نمودن نقاط ب) فاصله دادن نقاط

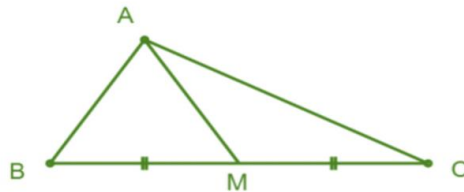
ج) نزدیک نمودن نقاط د) هیچ کدام



تعریف: خطی است که نقطه تنصف یک ضلع بالای را به راس مقابل آن وصل می کند.

خواص میانه مثلث

- هر مثلث دارای سه میانه است که همدیگر را در یک نقطه قطع می کند.
- نقاط تقایع را به نام مرکزی ثقل یاد می کند
- نقاط تقاطع در تمام مثلث ها در داخل مثلث قرار دارد
- هر میانه مثلث را به دو حصه مساوی تقسیم می کند
- بزرگترین میانه مربوط به کوچکترین ضلع است



مساحت و حجم مکعب مستطیل

تعریف: مکعب مستطیل یک شش وجهی منظم هندسی است که همه سطح های آن مستطیل شکل بوده و مساحت هر وجه مقابل آن دو به دو مساوی و موازی، زاویه های سطح های آن دو به دو باهم قائم باشند.



نکات اساسی:

➤ مساحت جانبی مکعب مستطیل: $S = 2h(w + l)$

➤ مساحت قاعده تین مکعب مستطیل: $B = 2wl$

➤ مساحت کلی مکعب مستطیل:

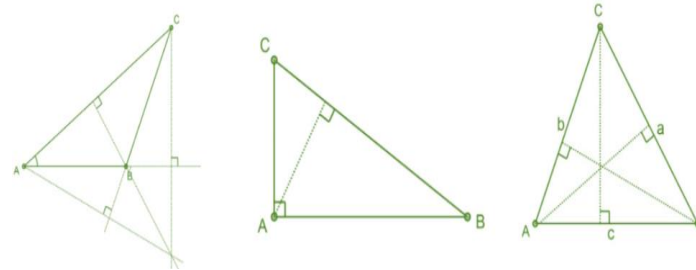
$$A = 2(wl + hl + wh)$$

➤ حجم مکعب مستطیل: $V = (l \times w \times h)$

➤ قطر مکعب مستطیل: $d = \sqrt{l^2 + w^2 + h^2}$

➤ در رابطه فوق h ارتفاع، w عرض و l طول مکعب مستطیل را نشان می دهند.

- هر مثلث دارای سه ارتفاع است که همدیگر را در یک نقطه قطع می کند
- ارتفاع در مثلث حادالزاویه نقاط تقاطع در داخل مثلث قرار دارد
- ارتفاع در مثلث قائم الزاویه نقاط تقاطع در راس قائم قرار دارد
- ارتفاع در مثلث منفرج الزاویه در خارج مثلث قرار دارد
- بزرگترین ارتفاع مربوط به کوچکترین ضلع قرار دارد

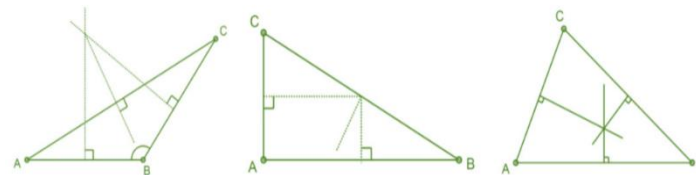


ناصف عمودی در یک مثلث

تعریف: خطی است که ضلع یک مثلث را عموداً قطع نمایند.

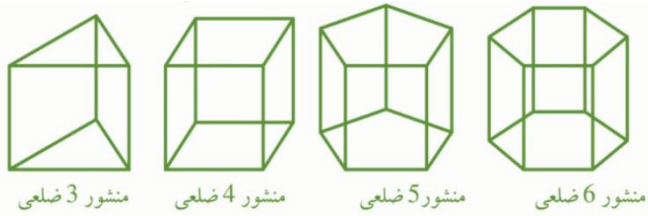
خواص ناصف عمودی:

- هر نقطه روی ناصف عمودی یک قطعه خط، از دو انجام آن فاصله مساوی دارد
- هر مثلث دارای ناصف عمودی است که همدیگر را در یک نقطه قطع می کند
- در مثلث حادالزاویه نقاط تقاطع در داخل مثلث قرار دارد
- در مثلث قائم الزاویه در نقطه تنصف وتر خارج مثلث قرار دارد
- در مثلث منفرج الزاویه در خارج مثلث قرار دارد



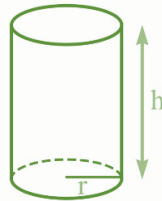
میانه های مثلث

➤ هر منشور توسط نوعیت قاعده آن مشخص می شود.



تعریف: جسم است

از دو قاعده دایروی انطباق پذیر و یک سطح جانبی که بر قاعده عمود است تشکیل شده است.



نکات اساسی و مهم این درس:

- مساحت سطح جانبی: $S = 2\pi r h$
- مساحت قاعدتین: $B = 2\pi r^2$
- مساحت کلی استوانه: $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$
- حجم استوانه: $V = \pi r^2 \times h$

❖ در رابطه فوق r شعاع قاعده، h ارتفاع استوانه پای ثابت است. $\pi = 3.14$

مثال 1

در شکل ذیل مساحت جانبی، مساحت کلی و حجم استوانه را پیدا کنید؟

$$h = 8cm$$

$$r = 3cm$$

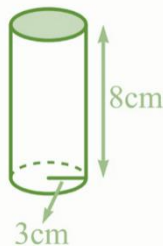
$$1) S = 2\pi \times 3 \times 8 = 48\pi = 150,72cm^2$$

$$2) A = 2\pi 3(3 + 8) = 6\pi(11)$$

$$= 66\pi cm^2 = 207,24cm^2$$

$$3) V = 2\pi(3)^2 \times 8 = 18\pi \times 8$$

$$= 452,16cm^3$$



نکته مهم: مکعب مستطیل که سه بعد (طول، عرض و ارتفاع) باهم مساوی باشد به نام مکعب یاد می شود.

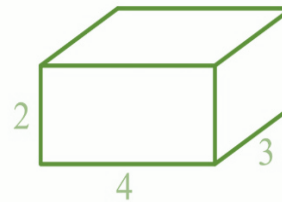
➤ مساحت کلی مکعب: $A = 6a^2$

➤ حجم مکعب: $V = a^3$

➤ قطر مکعب: $d = a\sqrt{3}$

مثال 1

در شکل ذیل مساحت جانبی، مساحت کلی و حجم مکعب مستطیل را پیدا کند؟



$$w = 3cm$$

$$l = 4cm$$

$$h = 2cm$$

$$S = 2 \times 2(3 + 4) = 28cm^2$$

$$= 2(3 \times 4 + 2 \times 4 + 3 \times 2)$$

$$= 52cm^2$$

$$= 2 \times 3 \times 4 = 24cm^3$$

مساحت و حجم منشور

تعریف: منشور جسم منظم هندسی است که سطح مقابل آن باهم مساوی و موازی بوده و زاویه سطح های مقابل آن باهم انطباق پذیر است.

نکات اساسی:

➤ سطح جانبی منشور مستطیل شکل است و مجموع مساحت های این مستطیل ها مساحت سطح جانبی منشور نامیده می شود.

➤ اگر سطح های منشور بر قاعده عمود باشد منشور قائم نامیده می شود.

➤ فاصله بین قاعده ها را به نام ارتفاع یاد می کند.

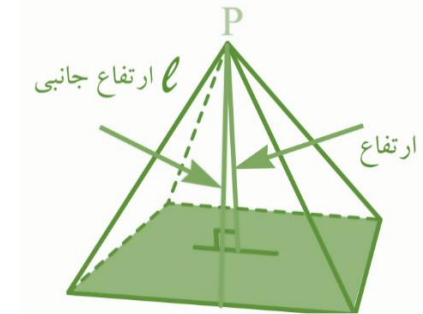
➤ مساحت سطح جانبی: محیط قاعده ضرب در ارتفاع بدست می آید.

➤ مساحت کلی: مساحت سطح جانبی جمع مساحت قاعده تین بدست می آید.

➤ حجم منشور: مساحت قاعده ضرب ارتفاع بدست می آید.

مساحت و حجم هرم

تعریف: جسم هندسی چند وجهی است که قاعده آن مضلع و سطوح جانبی آن مثلث بوده و دارای یک راس مشترک است.



نکات اساسی:

➤ مساحت سطح جانبی: مجموع مساحت های مثلث که وجه جانبی را تشکیل داده

$$S = \frac{1}{2} nbl$$

➤ مساحت کلی: مساحت قاعده جمع مساحت سطح های جانبی $A = s + b$

➤ ارتفاع هرم قطعه خط است که از راس هرم به قاعده عمود باشد

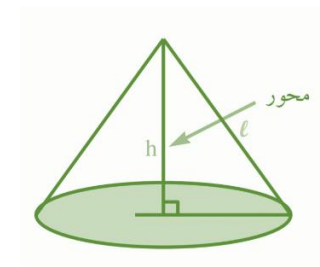
➤ حجم هرم $\frac{1}{3}$ حجم مکعب مستطیل است $V = \frac{1}{3} B \cdot h$



ر روابط فوق n تعداد مثلث سطح جانبی، b قاعده هرم و l ارتفاع جانبی هرم است.

مساحت و حجم مخروط

تعریف: جسم هندسی است که از دوران یک مثلث قائم الزاویه به اطراف یکی از ضلع آن قائم حاصل می شود.



نکات اساسی:

➤ قطعه خط که راس مخروط را به مرکزی قاعده وصل کند محوری مخروط گویند

➤ اگر محور بر قاعده عمود باشد مخروط قائم و در غیر آن مایل گویند

➤ مساحت سطح جانبی: $S = \pi r l$ که r شعاع قاعده l طول مولد مخروط است

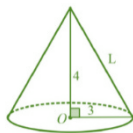
➤ مساحت کلی: $A = B + S = \pi r^2 + \pi r l = \pi r(r + l)$

➤ حجم مخروط: چون حجم استوانه $\frac{1}{3}$ حجم استوانه است پس $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

مثال 1

در شکل ذیل مساحت سطح جانبی، مساحت کلی و حجم مخروط را پیدا کنید؟

حل: با استفاده از قضیه فیثاغورث قیمت L را پیدا می کنیم



$$r = 3cm, h = 4cm, L = 5cm$$

$$S = \pi r L = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi cm^2$$

$$A = \pi r^2 + \pi r L = \pi(3)^2 + 15\pi cm^2 = 24\pi cm^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi(3)^2(4) = 12\pi cm^3$$

مساحت و حجم کره

تعریف: کره جسمی است که تمام نقاط آن از یک نقطه ثابت متساوی الفاصله باشد که نقطه ثابت را مرکزی کره و نقطه ثابت را شعاع کره است.

نکات اساسی

➤ مساحت کره: اگر شعاع کره را داشته باشیم

➤ مساحت آن عبارت $S = 4\pi r^2$

➤ حجم کره: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

مثال 1

مساحت و حجم کره را پیدا کند که شعاع آن 3cm باشد؟

حل:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^2 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi \cdot (3)^3 \Rightarrow V = 36\pi cm^3$$

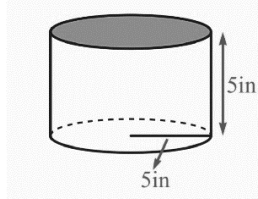
$$S = 4\pi r^2 \Rightarrow S = 4\pi \cdot 3^2 \Rightarrow S = 36\pi cm^2$$

سوالات تقویتی:

- هرمثلث دارای چند ارتفاع می باشد؟
 (1) یک ارتفاع (2) دو ارتفاع (3) سه ارتفاع (4) چهار ارتفاع
- در مثلث که یک زاویه آن بزرگتر از 90 درجه باشد نقاط تقاطع ارتفاع ها در کدام قسمت مثلث قرار دارد؟
 (1) داخل مثلث (2) خارج مثلث (3) روی محیط مثلث (4) هیچکدام
- خطی که از راس بالای ضلع مقابل عمود باشد بنام مثلث یاد می شود؟
 (1) ناصف الزاویه (2) میانه (3) ارتفاع (4) هیچکدام
- حجم مکعب از کدام رابطه بدست می آید؟
 (1) طول × عرض × ارتفاع (2) ارتفاع × عرض × ارتفاع
 (2) عرض × عرض × عرض (4) همه درست است
- خطی که نقطه نصف ضلع را به راس مقابل وصل کند؟
 (1) ناصف الزاویه (2) میانه (3) ارتفاع (4) هیچکدام
- در مثلث که یک زاویه آن 90 درجه باشد نقاط تقاطع میانه در کدام قسمت مثلث قرار دارد؟
 (1) داخل مثلث (2) خارج مثلث (3) روی محیط مثلث (4) هیچکدام
- در مثلث حاده الزاویه نقاطه تقاطع ارتفاع ها در کدام قسمت مثلث قرار دارد؟
 (1) داخل مثلث (2) خارج مثلث (3) روی محیط مثلث (4) هیچکدام
- هر میانه مثلث را به چند مثلث معادل تقسیم می کند؟
 (1) یک مثلث (2) دو مثلث (3) سه مثلث (4) چهار مثلث
- نقاط تقاطع میانه ها را به نام یاد می کند؟
 (1) ارتفاع مثلث (2) ناصف الزاویه (3) مرکز ثقل (4) همه
- هر مثلث دارای چند ناصف الزاویه است؟
 (1) یک (2) دو (3) سه (4) چهار
- در مثلث که طول ضلع های آن 6cm, 3cm و 4cm است نقطه تقاطع ناصف الزاویه ها در کدام قسمت مثلث قرار دارد؟
 (1) داخل مثلث (2) خارج مثلث (3) راس مثلث (4) یک و دو



- هرمثلث نقطه روی ناصف عمودی یک قطعه خط از دو انجام آن است؟
 (1) دوبرابر فاصله دارد (2) سه برابر فاصله دارد
 (3) مختلف الفاصله است (4) متساوی الفاصله است
 - در مثلث قائم الزاویه ناصف الزاویه ها یکدیگر را در یک نقطه مثلث قطع می کند
 (1) داخل (2) خارج (3) راس قائم (4) ضلع
 - در شکل ذیل مساحت سطحی جانبی مکعب مستطیل را پیدا کنید؟
 (1) 28 واحد (2) 30 واحد
 (2) 38 واحد (3) 32 واحد
-
- در مثلث قائم الزاویه ناصف های عمودی همدیگر را در کدام نقطه قطع می کند؟
 (1) در راس قائم (2) در داخل مثلث
 (3) در خارج مثلث (4) نقطه تنصف وتر
 - محل تقاطع میانه های مثلث که مجموع زاویه های داخلی آن 180 درجه است در کدام قسمت قرار دارد؟
 (1) داخل مثلث (2) خارج مثلث
 (3) روی وتر مثلث (4) در راس مثلث
 - بزرگترین ارتفاع مربوط به کدام قسمت مثلث می شود؟
 (1) به وتر مثلث (2) کوچک ترین ضلع
 (3) بزرگترین ضلع (4) به راس مثلث
 - اگر مساحت کلی مکعب $36cm^2$ باشد شما ارتفاع مکعب را پیدا کنید؟
 (1) 6 (2) $\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{6}$ (4) 36
 - مکعب مستطیل که هر سه بعد آن باهم مساوی باشد به نام یاد می شود؟
 (1) متوازی الضلاع (2) مکعب (3) استوانه (4) هیچکدام
 - حجم مکعب مستطیل از کدام رابطه بدست می آید؟
 (1) طول × عرض × ارتفاع (2) طول × عرض
 (3) عرض + ارتفاع × مساحت (4) ارتفاع × عرض
 - مساحت سطح جانبی منشوری را پیدا کنید که محیط قاعده آن 12cm و ارتفاع آن 5cm باشد؟
 (1) 50 (2) $60cm^2$ (3) $55cm^2$ (4) 58cm



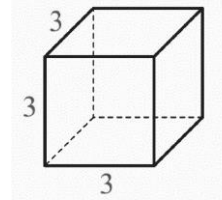
22. مساحت کلی مکعب مستطیل را پیدا کنید که عرض آن 1 واحد، ارتفاع آن 2 واحد و طول آن 3 واحد باشد؟

1) $125\pi in^3$ (2) $125in^3$

3) $130in^2$ (4) $150\pi in$

20 (1) 21 (2) 22 (3) 24 (4)

23. در شکل ذیل مساحت کلی مکعب را پیدا کنید؟



25 (1) 25 (1) 54 (2)

36 (2) 40 (4)

35. جسم که از دوران یک مثلث قائم الزاویه به اطراف یکی از ضلع های قائم تشکیل میشود به نام یاد می شود؟

1) هرم (2) مخروط (3) استوانه (4) منشور

36. قطعه خط که راس مخروط قائم را به مرکز قاعده وصل نمایند..... گویند؟

1) ارتفاع مخروط (2) محوری مخروط (3) میانه مخروط (4) 1 و 2

37. هر منشور توسط چه مشخص می شود؟

1) نوعیت ارتفاع (2) نوعیت قاعده (3) نوعیت میانه (4) مولد

38. جسم هندسی که قاعده آن مضلع و سطح جانبی آن مثلث ها بوده و یک راس مشترک دارد به کدام نام یاد می شود؟

1) هرم (2) استوانه (3) مخروط (4) منشور

39. مکعب که طول عرض و ارتفاع آن یک واحد باشد به نام..... یاد می شود؟

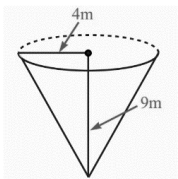
1) مکعب مساوی (2) مکعب واحد (3) مکعب صفری (4) همه

40. اگر دو خط همدیگر را قطع نمایند زاویه های مقابل به راس چگونه است؟

1) مکمل است (2) مساوی است (3) قائمه است (4) نا برابر است

41. واحد حجم عبارت از؟

1) cm^2 (2) cm^3 (3) cm (4) m



42. حجم مخروط ذیل را پیدا کنید؟

45 (1) 48 (2) 36 (3) 40 (4)

43. مساحت کره که شعاع 3m است را پیدا کنید؟

1) $35\pi m^2$ (2) $36\pi m^2$ (3) $36m$ (4) 35π

44. قطر مکعب مستطیل توسط کدام رابطه پیدا می شود؟

1) $d = \sqrt{l^2 + w^2 + h^2}$ (2) $d = \sqrt{l^2 - w^2 - h^2}$

3) $d = \sqrt{w^2 + h^2}$ (4) $d = \sqrt{l^3 + w^3 + h^3}$

45. حجم مکعب توسط کدام رابطه ذیل پیدا می شود؟

24. منشور جسم منظم هندسی است که سطح های مقابل آن باهم و می باشند؟

1) مساوی و مختلف (2) مختلف و موازی (3) مساوی و موازی (4) متقاطع و عمود

25. اگر محیط قاعده منشور را ضرب ارتفاع نمایم مساحت کدام شکل حاصل می شود؟

1) استوانه (2) هرم (3) مخروط (4) منشور

26. حجم هرم چند حصه حجم مکعب مستطیل است؟

1) مساوی (2) $\frac{1}{2}$ حصه (3) $\frac{1}{3}$ حصه (4) 2 برابر

27. قیمت تقریبی π چند است؟

1) 2,1415 (2) 3,14 (3) $\frac{22}{7}$ (4) 3 و 2 درست است

28. اگر محور بر قاعده عمود باشد به نام مخروط قائم و در غیر آن گویند

1) افقی (2) مایل (3) عمودی (4) هیچکدام

29. اگر عرض مکعب 6cm باشد شما قطر آن را پیدا کنید؟

1) $6\sqrt{3}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{2}$

30. جسم که تمام نقاط آن از یک نقطه ثابت هم فاصله باشد به نام یاد می شود؟

1) استوانه (2) هرم (3) مخروط (4) کره

31. حجم منشور ذیل را پیدا کنید؟

1) $10cm^3$ (2) $12cm^3$

3) 14cm (4) 15cm

32. فاصله بین دو قاعده منشور را به نام..... یاد می کند؟

1) ارتفاع منشور (2) سطح جانبی (3) ارتفاع استوانه (4) مخروط

33. هرم چند راس مشترک دارد؟

1) یک راس (2) دو راس (3) سه راس (4) بی نهایت

$$2x^2 + 3x + 5, \quad 7x^3 - 6x + 1$$

سادگی کردن افاده های الجبری

برای ساده کردن افاده های الجبری، از عملیه های اساسی ریاضی یعنی جمع، تفریق، ضرب و تقسیم استفاده می کنیم.

عملیه جمع و تفریق افاده های الجبری

برای اجرای عملیه جمع و تفریق افاده الجبری، تنها حدود مشابه را باهم جمع و تفریق نموده و حدود غیر مشابه را به حالت خودشان در حالت جمع و تفریق می نویسیم.

مثال

اگر $A = 2a + 4b - 7$ ، $B = 5a - 3b + 1$ باشد پس حاصل $A + B$ و $A - B$ را بدست آورد.

$$A = 2a + 4b - 7$$

$$B = 5a - 3b + 1$$

$$1) A + B = (2a + 4b - 7) + (5a - 3b + 1)$$

$$A + B = 2a + 5a + 4b - 3b - 7 + 1$$

$$A + B = 7a + b$$

برای تفریق کردن علامه حد دوم (افاده دوم) را تغییر می دهیم:

$$2) A - B = (2a + 4b - 7) - (5a - 3b + 1)$$

$$A - B = 2a - 5a + 4b + 3b - 7 - 1$$

$$A - B = a + 7b - 8$$

عملیه ضرب افاده های الجبری: برای فهمیدن بهتر عملیه ضرب را در سه حالت ذیل بررسی می کنیم:

1. ضرب افاده یک حده در یک حده یا ضرب مونوم در مونوم: برای ضرب یک حده در یک حده ابتدا علامه، بعداً ضرایب و در اخیر متحول را با استفاده از قانون طاقت ضرب می نماییم.

مثال

$$(1) v = a^2 \quad (2) v = a^3 \quad (3) v = a\sqrt{3} \quad (4) \text{ همه}$$

مفهوم متحول (حروف)

در ریاضی، برای بیان کلی مقدار یا کمیت که هدف، دریافت آن باشد از سمبول های مانند x, y, z, a, b, c و غیره استفاده می گردد، که به نام متحول الجبری میگویند.

حدود الجبری: اگر اعداد و حروف توسط علامت های ضرب و تقسیم ترکیب شوند، حدود یا حد الجبری بوجود می آید.

$$\text{مانند: } 5xy, \quad -4xa^3, \quad \frac{5}{2}xyz^2, \quad 12abc, \dots$$

در حدود الجبری، اعداد ثابت را ضریب و حروف را متحول می نامند.

مثلاً: در حد الجبری $5xy$ عدد 5 را ضریب و xy را متحول.

در حدود الجبری $-4xa^3$ عدد -4 را ضریب و xa^3 را متحول.

حدود مشابه و غیر مشابه الجبری

دو حد الجبری که تنها متحول و توان متحول آن یکسان باشد حدود مشابه گویند.

دو حد الجبری که تنها متحول و توان متحول آن یکسان نباشد حدود غیر مشابه گویند.

افاده های الجبری

هرگاه چندین حد الجبری توسط عملیه هایی مانند جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، توان و جذر باهم رابطه داشته باشند افاده الجبری یا عبارت الجبری بوجود می آید.

$$\text{مثال: } 4x + 2, \quad -3xy + 12y^2, \quad \frac{4x}{3x^2y}, \quad 3px + \frac{4x}{3x^2y}$$

انواع افاده های الجبری: افاده های الجبری می تواند به افاده ها:

$$\text{➤ یک حده یا مونوم: } 12xy, \quad \frac{2}{5}xp, \quad \frac{4x}{3x^2y}, \dots$$

$$\text{➤ دو حده یا بینوم: } 5xy - 6, \quad xp + \sqrt{3}, \dots$$

$$\text{➤ سه حده یا ترینوم: } 3xy^2 - 3xy + 12y^2, \quad 16 - 3x + 2y^2x, \dots$$

➤ چندین حده یا پولینوم:

حالت اول:- تقسیم مونوم در مونوم یا یک حده بالای یک حده: برای تقسیم نمودن مونوم در مونوم ضریب عددی را تقسیم ضریب عددی و حرف را تقسیم حرف با استفاده از قواعد طاقت‌ها اجراء می‌کنیم.

$$(1) \frac{-2x^2}{8x} = -\frac{1}{4}x$$

$$(2) \frac{36a^5b^5c^7}{12a^4bc^3} = 3ab^4c^4$$

$$(3) \frac{18a^{20}b^{30}c^{40}}{-12a^{15}b^{25}c^{35}} = -4a^5b^3c^5$$

$$(4) \frac{36a^5b^5c^7}{12a^4bc^3} = 3ab^4c^4$$

$$(5) \frac{6x^9y^3}{4x^6y^2} = \frac{3}{2}x^3y$$

$$(6) \frac{0.1a^{20}b^{30}c^{100}}{0.01ab^{30}c^{100}} = 10a^{19}$$

ضرب پولینوم‌ها

در اینجا نیز کتاب شما فقط یک حالت را بررسی کرده که حالت‌های بعدی آن را در صنف بالاتر مطالعه خواهید نمود.

حالت اول:- ضرب مونوم در مونوم: ضریب عددی را در ضریب عددی و حروف را در حروف با استفاده از قانون‌های توان (طاقت) ضرب می‌کنیم.

$$1) (3x^3y^2z^2) \cdot (8x^7y^7z^3) = 24x^{10}y^9z^5$$

مثال

$$2) \left(\frac{2}{3}xyz^4\right) \cdot (-6x^2y^3z^3) = -4x^3y^4z^7$$

مثال

مطابقت‌ها

مطابقت یا عینیت به مساوات گفته می‌شود به تمام قیمت‌های دلخواه دو طرف مساوات باهم مساوی گردد.

شاگردان نازنین در اینجا به مهم‌ترین و مشهورترین مطابقت می‌پردازیم.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad \text{مشهورترین مطابقت (1)؛}$$

این مطابقت به نام مطابقت مزدوج نیز یاد می‌گردد.

حاصل ضرب افاده ذیل را دریافت کنید.

$$1. (5x^2y)(-3xy) = -15x^{2+1}y^{1+1} = -15x^3y^2$$

$$2. (7a^2b)(-2b^3c^2)(4abc) = -56a^3b^5c^3$$

2. ضرب افاده یک حده در چندین حده یا ضرب مونوم در پولینوم: برای ضرب افاده یک حده در چندین حده، یک حده را در تمام حدود چند حده ضرب می‌کنیم.

مثال

حاصل ضرب افاده‌های ذیل را دریافت کنید.

$$1. \frac{1}{5}x^3(3xy^2 - x) = \frac{3}{5}x^4y^2 - \frac{1}{5}x^4$$

$$2. -3x(3ax^2 - 5x + 2) = -9ax^3 + 15x^2 - 6x$$

3. ضرب افاده چندین حده در چندین حده یا پولینوم در پولینوم: برای ضرب افاده چندین حده در چندین حده، از خاصیت توزیع پذیری ضرب بالای جمع، یک به یک تمام حدود افاده اول را در حدود افاده دوم ضرب می‌کنیم.

مثال

حاصل ضرب افاده ذیل را دریافت کنید.

$$\begin{aligned} 1. (x+2)(3x-1) &= x(3x-1) + 2(3x-1) \\ &= 3x^2 - x + 6x - 2 \\ &= 3x^2 + 5x - 2 \end{aligned}$$

عملیه تقسیم افاده‌های یک حده؛

در تقسیم یک حده از قاعده ساده کردن کسرها استفاده می‌شود، ابتدا علامت بعداً ضرایب و در اخیر متحول را بالای یک دیگر تقسیم می‌شوند.

شاگردان عزیز در نظر داشته باشید که در ریاضی صنف هشتم فقط یک حالت را بررسی نموده است

نشان دهید که رابطه $x+3=3x-7$ یک معادله را نشان می‌دهد.
حل: دیده می‌شود که مساوات تنها برای $x=5$ صادق است، اما برای هیچ قیمت دیگر دو طرف را برابر نمی‌سازد، یعنی؛

$$x=5 \Rightarrow x+3=3x-7 \Rightarrow (5)+3=3(5)-7 \Rightarrow 8=15-7 \Rightarrow 8=8$$

سوالات تقویتی:

1. حاصل افاده الجبری $2b + 3b - 4b + \sqrt{3}b$ چند می‌شود؟

$$6b \quad (4) \quad (1 + \sqrt{3})b \quad (3) \quad (1 - \sqrt{2})b \quad (2) \quad (2 - \sqrt{3})b \quad (1)$$

2. حاصل افاده الجبری $(2x^2y)(3xyz)$ عبارت از؟

$$6x^2y^3z \quad (4) \quad 6y^2x^3z \quad (3) \quad 6x^3yx \quad (2) \quad 6yxz \quad (1)$$

3. حاصل افاده الجبری $\frac{12a^5b^2x^4}{-xb^2x^3}$ عبارت است؟

$$-12a^5 \quad (4) \quad -12x^5a^2 \quad (3) \quad 12x^5bx \quad (2) \quad 12xa^5x \quad (1)$$

4. حاصل افاده الجبری $10\frac{x^3y}{x^3} - \frac{xy^2z}{xyz}$ عبارت است؟

$$8x \quad (4) \quad -9y \quad (3) \quad 9y \quad (2) \quad 10y \quad (1)$$

5. حاصل افاده الجبری $3x^2y + 5x + 1$ را با افاده $x^2y - 6x + 3$ را باهم جمع نمایید؟

$$4x^2y - x + 4 \quad (2) \quad 2x^2y - x - 3 \quad (1)$$

$$4x^2y + x - 4 \quad (4) \quad 3xy \quad (3)$$

6. حدود الجبری که متحول آن یکسان و ضرایب آن متفاوت باشند، بنام یاد می‌شوند؟

$$(1) \text{ حدود غیرمشابه} \quad (2) \text{ حدود مشابه}$$

$$(3) \text{ حدود مساوی} \quad (4) \text{ هیچکدام}$$

7. افاده الجبری که توسط عملیه ضرب و تقسیم باهم ارتباط داشته باشد، به نام یاد می‌شود؟

$$(1) \text{ مطابقت الجبری} \quad (2) \text{ معادله الجبری}$$

$$(3) \text{ حدود الجبری} \quad (4) \text{ افاده الجبری}$$

8. قیمت عدد افاده $x(x+2)$ را در قیمت $x=3$ دریابید؟

$$1 \quad (1) \quad 10 \quad (2) \quad 15 \quad (3) \quad 12 \quad (4)$$

9. افاده الجبری $\frac{a^3b^4}{a^4b^3}$ را ساده نمایید؟

$$1 \quad (1) \quad \frac{a}{b} \quad (2) \quad \frac{b}{a} \quad (3) \quad 1 \quad (4) \text{ هیچکدام}$$

10. افاده $8x^2y$ را با افاده $-2x$ ضرب نمایید؟

$$16xy \quad (1) \quad -16x^3y \quad (2) \quad 16x^3y \quad (3) \quad -16x^3y \quad (4)$$

$$(a) \quad x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$$

$$(b) \quad x^2 - 100 = x^2 - 3 = 10^2 = (x-10)(x+10)$$

مطابقت مشهور (2)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

این مطابقت بنام مربع مجموع و تفاضل افاده های دو حده یاد میگردد.

$$(a) \quad (x+5)^2 \xrightarrow{a=x, b=5} (x+5)^2 = x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 5^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$(b) \quad (x+3)^2 \xrightarrow{a=x, b=3} (x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$(c) \quad (2x+1)^2 \xrightarrow{a=2x, b=1} (2x+1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$(d) \quad (x-3)^2 \xrightarrow{a=x, b=3} (x-3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$(a) \quad (4x-1)^2 = (4x)^2 - 2 \cdot (4x)(1) + 1^2 = 16x^2 - 8x + 1$$

$$(b) \quad (4x-3)^2 = (4x)^2 - 2 \cdot (4x)(3) + 3^2 = 16x^2 - 24x + 9$$

$$(c) \quad (2x-6y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot (2x)(6y) + (6y)^2 = 4x^2 - 24xy + 36y^2$$

افاده های $4a^2 - b^2$ و $9x^2 - 4y^2$ را تجزیه نمایید.



$$(a) \quad 4a^2 - b^2 = (2a)^2 - b^2 = (2a-b)(2a+b)$$

$$(b) \quad 9x^2 - 4y^2 = (3x)^2 - (2y)^2 = (3x-2y)(3x+2y)$$

معادلات

اگر در قیمت های معین و خاص دوطرف معادله برابر گردد بنام معادله یاد می‌شود.

مثلاً:

$$A = B \quad \vee \quad 3a + 4 = 2a + 6 \quad \text{پس داریم:} \quad B = 2a + 6 \quad \text{و} \quad A = 3a + 4$$

تعریف: معادله به مساوات گفته می‌شود که به قیمت‌های خاص و مشخص مجهول هر دو طرف آن باهم برابر گردد.

26. ارایه یک افاده الجبری به شکل حاصل ضرب دو چند افاده الجبری را بنام..... یاد می کنند؟

(1) مطابقت (2) معادله (3) تجزیه (4) هیچکدام

27. برای ضرب کردن افاده های الجبری، کدام گزینه ذیل درست است؟

(1) گزینه 1 و 3 درست است

(2) از خاصیت توزیع پذیری ضرب بالای جمع استفاده می کنیم

(3) از خاصیت تعویض پذیری ضرب بالای جمع استفاده می کنیم

(4) یک به یک تمام افاده حدود اول را ضرب حدود افاده دوم می کنیم

28. افاده دو حده $\frac{4a^2}{b^2} - 9$ را تجزیه نمایید؟

(1) $(\frac{2a}{b} - 3)(\frac{2a}{b} + 3)$ (2) $(\frac{2a}{b} + 3)(\frac{a}{b} + 9)$

(3) $(\frac{4a}{b} - 3)(\frac{2a}{b} - 3)$ (4) $(\frac{2a}{b} - 9)(\frac{2a}{b} + 9)$

29. افاده الجبری $(5a - 2b)(5a + 2b)$ را با استفاده از مطابقت ساده نمایید؟

(1) $5a^2 - 4b^2$ (2) $25a^2 - 4b^2$

(3) $25a^1 - 4b^2$ (4) $5a^2 - 4$

30. افاده الجبری $(\frac{1}{2} + z)(\frac{1}{2} + z)$ را با استفاده از مطابقت ساده نمایید؟

(1) $\frac{1}{4} + z^2$ (2) $\frac{1}{4} - z^2$ (3) $\frac{1}{2} + z^2$ (4) هیچکدام

31. افاده الجبری $\frac{4xy}{7z}$ چند حده است؟

(1) یک حده (2) دو حده (3) سه حده (4) چندین حده

32. تساوی دو افاده الجبری که برای تمام قیمت های متحول باهم مساوی باشند، بنام..... یاد می شوند؟

(1) معادله الجبری (2) افاده الجبری (3) مطابقت ها (4) همه

33. افاده الجبری $\frac{6xy^2 - xy + 2x^2y}{xy}$ را ساده کنید؟

(1) $6x + 2y + 1$ (2) $6y + 2x - 1$

(3) $6y + 2x - 1$ (4) $6y + 2x$

34. حاصل ضرب مجموع دو عدد در تفاضل همان دو عدد مساوی است به..... یاد می شود؟

(1) مجموع مربعات (2) تفاضل مربعات (3) حاصل ضرب (4) هیچکدام

35. حاصل ضرب افاده $3a^2(a^3 - 2b^3 + 6a)$ را به دست آورید؟

(1) $3a^5 - 6a^4 + 18a^3$ (2) $3a^5 - 6a^4 - a^3$

(3) $a^5 + 2a^4 - 18a^3$ (4) $3a^5 - 6a^4$

36. جذر معادله به کدام عدد گفته می شود؟

(1) عددی که اگر به جای مجهول در معادله وضع گردد، دو طرف معادله باهم مساوی شود.

11. افاده الجبری $(x - \frac{1}{2})^2$ را انکشاف دهید؟

(1) $x^2 + x - \frac{1}{4}$ (2) $x^2 - x + \frac{1}{4}$ (3) $x^2 + x + 1$ (4) $x - 2$

12. افاده الجبری $(y - 2)^2$ را انکشاف دهید؟

(1) $y^2 - 2y - 4$ (2) $y^2 + 4y + 2$

(3) $y^2 - 4y + 4$ (4) $y^2 - 4y - 4$

13. برای ساده کردن افاده های الجبری..... را باهم جمع و تفریق می نماییم؟

(1) حدود مشابه (2) حدود غیرمشابه (3) حدود معادل (4) هیچکدام

14. قیمت عدد افاده $6x^2 - 3$ را در قیمت $x = -1$ دریابید؟

(1) 2 (2) 4 (3) 3 (4) 4

15. حاصل ضرب افاده $(x + 2)(x - 2)$ عبارت است؟

(1) $x^2 - 2$ (2) $x^2 + 4$ (3) $x^2 - 4$ (4) $x^2 - 1$

16. در یک افاده الجبری حروف را بنام چه یاد می کنند؟

(1) حد الجبری (2) متحول (3) مجهول (4) 2 و 3 درست است

17. افاده الجبری $4a + 5b - 2c$ را با افاده $4a - 3b - 2c$ جمع کنید؟

(1) $2b + 2c$ (2) $8a - 4b + 2$ (3) $8a - 2b - 2c$ (4) همه درست است

18. حاصل افاده $\frac{4p^2m^{-1}}{2pm^{-2}}$ دریافت نمایید؟

(1) $4pm$ (2) $-pm$ (3) $-4pm$ (4) $2pm$

19. حاصل افاده $\frac{3ab}{-3b}$ دریافت کنید؟

(1) b (2) a (3) ab (4) 3

20. در افاده الجبری $5xy^{-2}z^{-3}$ عدد 5 را به نام..... افاده الجبری یاد می کنند؟

(1) متحول (2) مجهول (3) ضریب (4) حد

21. مساوات الجبری که تنها برای یک یا چند قیمت محدود در مساوات صدق نماید بنام چه یاد می شوند؟

(1) مطابقت (2) معادله (3) تجزیه (4) هیچکدام

22. برای ضرب کردن دو افاده الجبری از کدام خاصیت استفاده می شوند؟

(1) خاصیت اتحادی (2) خاصیت توزیعی (3) خاصیت اتحادی (4) همه

23. در افاده الجبری $8x^2y$ را با افاده x^2y ضرب نمایید؟

(1) $8x^4y$ (2) $8x^4y^2$ (3) $16x^0y$ (4) $8xy$

24. افاده الجبری $\frac{12x^3 + 8x^2}{2x}$ را ساده نمایید؟

(1) $6x^2 + 4x$ (2) $6x^2 - 2x$ (3) $3x^2 + 4x$ (4) $x^2 + 4x$

25. افاده الجبری $\frac{-5ab^2 + 10a^2b}{-5ab}$ را ساده نمایید؟

(1) $a + b$ (2) $a - b$ (3) $-a + b$ (4) 0

$$3x = 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

مثال 1:

معادله عمومی یک مجهوله درجه یک

شکل عمومی این نوع معادله بصورت (معیاری) $ax + b = 0$ می باشد، در اینجا a و b دو عدد حقیقی و $a \neq 0$ بوده و x مجهولی معادله می باشد؛ منظور از حل یک معادله دریافت آن قیمت برای مجهول است که در معادله صدق کند جذر این معادله را چنین بدست می آوریم.

مثال 1) قیمت x را در معادله $2x - 7 = 3$, $x = ?$ دریابید؟

$$2x - 7 = 3$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

معادلات معادل

$$2x - 4 = 0$$

معادله های که دارای حل یکسان باشد به نام معادله های معادل یاد می گردند.

$$2x = 4$$

تشکیل معادله

برای تشکیل معادله الجبری و دریافت حل آن قرار ذیل عمل میکنیم.

1. درک کنید و کوشش کنید که بفهمید و تحلیل نمایید.

2. مجهول خویش را نامگذاری کنید.

3. مساله را حل کنید.

4. امتحان مساله با جواب دریافت شده.

مثال 1: اگر با دو چند پول رشاد 20 افغانی اضافه گردد مساوی به پول خوشحال میگردد، اگر مقدار پول خوشحال 60 افغانی باشد مقدار پول رشاد را محاسبه کنید.

$$2x + 20 = 60$$

2) عددی که اگر به جای ضریب در معادله وضع گردد، دو طرف معادله باهم مساوی شود.
3) عددی که اگر به جای مجهول در معادله وضع گردد، دو طرف معادله باهم مساوی نشود.
4) هیچکدام

37. در یک مطابقت الجبری، مربع حد اول جمع دو چند حاصل ضرب حد اول و دوم جمع مربع حد دوم مساوی است؟

1) مربع تفاضل دو حد (2) مربع مجموع دو حد (3) مجموع دو حد (4) تفاضل دو حد
38. اگر به هر دو طرف یک معادله، یک مقدار خلاف صفر را اضافه نماییم، در تساوی معادله تغییر وارد نمی شود؟

1) بلی (2) خیر (3) هر دو درست اند (4) هیچکدام

39. افاده الجبری $\frac{\sqrt{2x} + \sqrt{2x}}{2x}$ را ساده کنید؟

1) 2 (2) 3 (3) $\sqrt{2}$ (4) 4

40. در معادله حرف یا حروفی هستند که هدف از حل معادله دریافت قیمت عدد آن می باشد، که بنام یاد می شوند؟

1) حد الجبری (2) مجهول (3) ضرایب (4) هیچکدام

41. افاده الجبری $2x^3 - 5x + 1$ چند حده است؟

1) یک حده (2) دو حده (3) سه حده (4) همه درست

42. در تقسیم یک حده ها از قاعده ساده کردن استفاده می شود؟

1) از قاعده تجزیه (2) از قاعده جذرها (3) از قاعده کسرها (4) همه

43. در ضرب یک حده ها ضرایب آن ها را در یک دیگر ضرب می کنیم و توان متحول های آن را باهم دیگر می کنیم؟

1) جمع (2) تفریق (3) ضرب (4) تقسیم

44. افاده الجبری $\frac{(3p+3)^0 + (3p+3)^2}{p^2 + 2p + 1}$ را ساده کنید؟

1) 8 (2) 9 (3) 10 (4) 12

45. افاده الجبری $\frac{(a-2)^2}{(a+8)^0}$ را انکشاف دهید؟

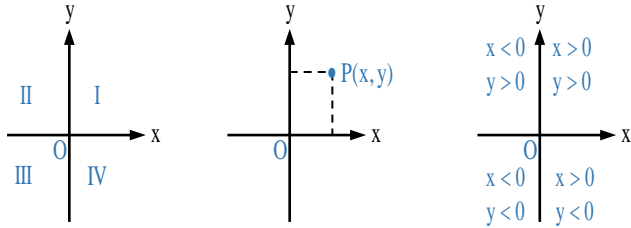
1) $a^2 - 4a + 4$ (2) $a^2 - 4a - 2$

3) $a^2 - 2a + 4$ (4) $a^2 + 2a + 2$

عملیه های ضرب و تقسیم در معادله

برای درک بهتر این موضوع خوب است این طور در نظر بگیریم؛

هرگاه اطراف یک معادله ضرب یک عدد و یا تقسیم یک عدد نماییم در اصل معادله تغییر ایجاد نمیشود.



نقاط $P(-2, -3)$ ، $Q(-3, 1)$ ، $K(0, 4)$ ، $M(3, 0)$ و $N\left(\frac{3}{2}, -3\right)$ را در مستوی کمیات وضعیه تعیین کنید.

حل: در قدم نخست گراف را رسم می‌کنیم و سپس نقاط داده شده را به سیستم مختصات نشان می‌دهیم.

۱. مجهول

تعریف ساده:

در ریاضی، "مجهول" یعنی عدد یا مقداری که ما نمی‌دانیم چیست و باید آن را پیدا کنیم. معمولاً با حروفی مثل x ، y یا z نشان داده می‌شود.

۲. متحول

تعریف ساده:

"متحول" هم یک مقدار ناشناخته است، ولی فرقی با مجهول این است که می‌تواند تغییر کند و چند مقدار مختلف بگیرد. در حقیقت، متحول همیشه ثابت نیست.

متحول	مجهول
می‌تواند مقادیر مختلفی بگیرد	فقط یک مقدار مشخص دارد که باید پیدا کنیم
بیشتر در فرمول‌ها و روابط استفاده می‌شود	معمولاً در یک معادله ساده می‌آید

تفاوت مهم:

یادآوری برای شما عزیزان:

- مجهول مثل یک معمای حل‌کردنی است که جواب مشخصی دارد.
- متحول مثل یک دکمه تنظیم صداست که می‌توانید کم و زیادش کنید و هر بار نتیجه عوض می‌شود.

حل: برای تشکیل معادله و دریافت حل آن مرحله به مرحله به شکل زیر به حل مساله می‌پردازیم.

- درک فهمیدن مساله و خواندن آن با تمام دقت
- انتخاب مجهول، مقدار پول رشاد است که آن را x می‌نامیم.
- ساختمان معادله: با دوچند پول رشاد $(2x)$ اگر 20 اضافه گردد $(2x+20)$ مساوی به پول خوشحال میشود.

$$2x + 20 = 60$$

$$2x = 60 - 20$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

• هر دو محور مستوی را چهار حصبه تقسیم می‌کنند؛ که هر حصبه آن را ربع (Quadrant) می‌گویند؛ که به خلاف حرکت عقربه ساعت (Anti Clockwise) به ترتیب عبارت از ربع اول، دوم، سوم و چهارم می‌باشند.

• موقعیت نقطه P در این مستوی توسط جوړه مرتب اعداد حقیقی (x, y) طوری نشان داده می‌شود؛ که x فاصله عمودی نقطه P از محور y در صورتی که y فاصله عمودی نقطه P از محور x می‌باشد.

• x و y را مختصات کارتی (Cartesian Coordinates) می‌گویند که در $P(x, y)$ عنصر اولی یا x را به نام فاصله (Abscissa) و عنصر دومی را به نام ترتیب (Ordinate) یاد می‌کنند؛ مختصات مبدأ عبارت از $(0, 0)$ می‌باشد، واضح است که برای هر جوړه مرتب اعداد حقیقی یک نقطه (x, y) در مستوی و برای هر نقطه از مستوی یک جوړه از اعداد حقیقی ارتباط دارند.

• اگر نقطه P به طرف راست محور y واقع باشد قیمت x مثبت؛ و اگر به طرف چپ محور y واقع باشد قیمت x منفی می‌باشد؛ اگر نقطه P به روی محور y واقع باشد $x = 0$ است؛ هم‌چنین اگر نقطه P بالاتر محور x واقع باشد قیمت y مثبت و اگر پایین‌تر از محور x واقع باشد قیمت y منفی می‌باشد؛ و در می‌توانیم بگوییم که اگر نقطه P به روی محور x واقع باشد $y = 0$ می‌باشد.

$$ax + b = 0$$

- a شیب خط (یعنی سرعت تغییر)

مثال روزمره برای شاگردان

فرض کنید شما بستنی می‌فروشید:

- هر آیسکریم 20 افغانی است.
- اگر 1 آیسکریم بخری \rightarrow 20 افغانی
- اگر 2 آیسکریم بخری \rightarrow 40 افغانی
- اگر 3 آیسکریم بخری \rightarrow 60 افغانی

ارتباط بین تعداد آیسکریم‌ها (x) و قیمت کل (y) یک رابطه خطی است، چون هر بار که یک بستنی اضافه می‌کنی، پول هم به یک اندازه ثابت زیاد می‌شود.

حرف آخر برای شاگردان ما:

- رابطه خطی یعنی رابطه‌ای که تغییراتش همیشه یکسان است.
- روی نمودار همیشه یک خط راست یا مستقیم می‌بینیم، نه خمیده.

تابع: هرگاه رابطه بین دو کمیت طوری باشد که یک کمیت وابسته به کمیت دیگر باشد این رابطه را تابع می‌نامند.

قیمت‌گذاری تابع: درست مثل قیمت گذاری پولینوم می‌باشد فقط به جای x یا متحول قیمت مورد نظر را وضع می‌کنیم.

مثلاً:

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(1) = ?$$

$$f(2) = ?$$

$$f(3) = ?$$

$$f(-1) = ?$$

رابطه چیست؟

در ریاضی، "رابطه" یعنی ارتباط بین دو چیز (یا دو متحول) یعنی اگر یکی تغییر کند، دیگری هم طبق یک قانون یا قاعده تغییر می‌کند.

مثال ساده روزمره در زندگی شما

فرض کنید می‌گوییم:

"هر چقدر بیشتر درس بخوانی، نمره‌ات بیشتر می‌شود".
اینجا بین ساعت‌های درس خواندن و نمره امتحان یک رابطه وجود دارد.
پس تغییر یکی باعث تغییر دیگری می‌شود.

یک دقیقه متوجه باشید در متن ذیل!

- x یک متحول است.
- y هم یک متحول است.
- بین آن‌ها رابطه وجود دارد که می‌گوید: مقدار y همیشه دو برابر x است.

شاگردان می‌بینند که هر وقت x عوض می‌شود، y هم طبق یک قاعده عوض می‌شود. این یعنی "رابطه".

نکته هر یک از تعریف‌های ذیل را که برای شما آسان است حفظ کنید عزیزانم!

- قانونمندی بین دو شیء، دو شخص یا دو افاده را رابطه می‌نامند.
- رابطه یعنی یک قانون یا قاعده که می‌گوید دو چیز چگونه به هم وصل هستند.
- این قاعده می‌تواند با کلمه، جدول، نمودار یا فرمول نوشته شود.

رابطه خطی

رابطه خطی یعنی یک ارتباط ساده و مستقیم بین دو متحول که وقتی آن را روی گراف بکشیم، شکش یک خط مستقیم می‌شود.

شاگردان عزیز یک سوال چطور بفهمیم رابطه خطی است؟

- اگر یکی از مقادیر زیاد یا کم شود، دیگری با یک میزان ثابت زیاد یا کم می‌شود.
- فرمولش معمولاً به شکل:

دیتای متمادی: یعنی دیتا به طور پیوسته تغییر می کنند و می توانند بین دو عدد، مقدار های میانی هم داشته باشد.

مانند؛ قد شاگردان یعنی می تواند 160.5cm یا 160.8cm باشد.

سوالات تقویتی:

1. اگر $10x = 80$ باشد، مقدار x چند است؟
الف) 6 ب) 8 ج) 10 د) 12
2. اگر $2 = 10 \times (x \div 3)$ باشد، x چند است؟
الف) 15 ب) 12 ج) 18 د) 20
3. اگر $4x = 2$ باشد، قیمت x را دریابید؟
الف) 0.5 ب) 2 ج) 4 د) 1
4. اگر $x/5 = 12$ باشد، قیمت x را دریابید؟
الف) 60 ب) 70 ج) 1/2 د) 40
5. اگر $3x = -6$ باشد، قیمت x را دریابید؟
الف) 3 ب) -2 ج) 12 د) 18
6. اگر $-2/x = -4$ باشد، قیمت x را دریابید؟
الف) 0.5 ب) 1 ج) 5 د) 8
7. اگر $3x/4 = 2/3$ باشد، قیمت x را دریابید؟
الف) 4 ب) 8/9 ج) 9/8 د) -2
8. معادله $2(3x+4) = -1-3x$ را حل کنید؟
الف) -3 ب) -1 ج) -5 د) 15
9. معادله $2(4x-2)/3 = 5x+2$ را حل کنید؟
الف) -10/7 ب) -7/10 ج) -10 د) -7
10. در این معادله $4x+8=0$ قیمت x را دریابید؟
الف) -2 ب) -4 ج) 1 د) 2
11. در این معادله $16-3t=0$ قیمت t را دریابید؟
الف) 7 ب) 5.33 ج) 0 د) 13
12. در این معادله $3-4y=2-6y$ قیمت y را دریابید؟
الف) 2 ب) 1 ج) 3 د) -0.5
13. معادله $3x-4=5$ را حل کنید؟
الف) 1/3 ب) 9 ج) 6 د) 3
14. کدام یک از معادلات زیر با معادله $(x-2) = 84$ معادل است؟
الف) $x-2=2$ ب) $x=86$ ج) $x=2$ د) $x=4$
15. معادله $x+2=5x-43$ با کدام معادله معادل است؟

حالا شما میتوانید به جای x قیمت آن را وضع کنید.

$$f(x) = 2x + 3$$

$$f(1) = ? \Rightarrow 2(1) + 3 \Rightarrow f(1) = 5$$

$$f(2) = ? \Rightarrow 2(2) + 3 \Rightarrow f(2) = 7$$

$$f(3) = ? \Rightarrow 2(3) + 3 \Rightarrow f(3) = 9$$

$$f(-1) = ? \Rightarrow 2(-1) + 3 \Rightarrow f(-1) = +1$$

احصائیه: کتاب مکتب بدون تعریف آمده مستقیم وارد بحث احصائیه شده، اما خوب میشود که ما و شما یک تعریف خیلی قشنگ و، واضح از احصائیه داشته باشیم.

تعریف: احصائیه عبارت از علم است که معلومات (اطلاعات) زیاد را جمع می کند، مرتب میسازد و از آن نتیجه میگیرد.

اگر یک مثال ساده از صنف درسی شما بزنیم؛ اگر ما بخواهیم بدانیم چند نفر در صنف شما نمره بالاتر از 80 را گرفته اند، همه نمره ها را جمع می کنیم، منظم می نویسیم، بعد حساب میکنیم چند نفر بالای 80 گرفته اند. این کار در اصل همان احصائیه می باشد.

پس میتوانیم اینطور تعریف کنیم که؛ احصائیه عبارت از جمع کردن معلومات+منظم ساختن آن + پیدا کردن نتیجه مطلوب.

جدول کثرت دیتای غیر متمادی: شاگردان عزیزم بیایم باهمدیگر قبل از خواندن هر موضوع دیگری بررسی کنیم که دیتای غیر متمادی چیست؟

دیتای غیر متمادی: اطلاعات که تکرار می شوند جدا جدا هستند نه پیوسته یعنی در وسط آن ما عدد نیمه یا نصفه نداریم

مثل نمرات یک صنف: 10 ، 12 ، 18 ، 10 ، 15 ، 12 ، 10

اگر دقت داشته باشید دیتای (نمره های) بالا عددی اعشاری بین شان نیست پس دیتای غیر متمادی است. اما دیتای متمادی چیست؟

- الف) $x = 62$ (ب) $x = -63/4$ (ج) $x - 5x = -4 - 23$ (د) $x = 45/4$
16. معادله $(x + 1)^2 = 16$ با کدام معادله معادل است؟
الف) $x + 1 = \pm 4$ (ب) $x^2 + 1 = 16$ (ج) $x = \pm 4$ (د) $x^2 = 15$
17. کدام یک معادل معادله $(x + 9) = \sqrt{5}$ است؟
الف) $x + 9 = 25$ (ب) $x = 16$ (ج) $x = 5 - \sqrt{9}$ (د) $x^2 + 9 = 5$
18. معادله $(2x - 3) = x + 52$ با کدام معادله معادل است؟
الف) $2x - 6 = x + 49$ (ب) $x = 11$ (ج) $x - 3 = 2x + 5$ (د) $x = x + 22$
19. معادله $x^2 - 9 = 0$ معادل کدام است؟
الف) $x^2 = 9$ (ب) $x = \pm 3$ (ج) $(x - 3)(x + 3) = 0$ (د) همه موارد
20. کدام معادله با $(x + 1) = 2x + 104$ معادل است؟
الف) $x + 4 = 2x + 104$ (ب) $x = 62$ (ج) $x = 3$ (د) $x = -103$
21. اگر از 3 چند یک عدد 5 تفریق گردد مساوی به 4 می شود، عدد کدام است؟
الف) 2 (ب) 9 (ج) 6 (د) 3
22. حاصل جمع سن لیمه و نیلوفر مساوی به 30 است. لیمه 2 سال بزرگتر از نیلوفر است. لیمه و نیلوفر چند سال دارند؟
الف) نیلوفر 12 ساله و لیمه 16 ساله است
ب) نیلوفر 16 ساله و لیمه 16 ساله است
ج) نیلوفر 16 ساله و لیمه 14 ساله است
د) نیلوفر 14 ساله و لیمه 16 ساله است
23. مجموع دو عدد متوالی برابر با 117 است. عدد بزرگتر را پیدا کنید.
الف) 57 (ب) 58 (ج) 59 (د) 60
24. معادله $(x + 2) = 3x + 63$ با کدام گزینه معادل است؟
الف) $x + 2 = x + 2$ (ب) $x + 6 = 3x + 67$ (ج) هر دو الف و ب (د) $x = x$
25. اگر سه برابر یک عدد از 5 بیشتر از دو برابر همان عدد باشد، عدد را بیابید؟
الف) 3 (ب) 5 (ج) 7 (د) 10
26. مجموع دو عدد برابر 63 است. اگر یکی از آن ها 7 واحد از دیگری بیشتر باشد، عدد کوچکتر را بیابید؟
الف) 28 (ب) 30 (ج) 31 (د) 32
27. اگر دو برابر عددی به 9 اضافه شود، نتیجه برابر با سه برابر همان عدد خواهد بود. عدد را بیابید؟
الف) 9 (ب) 10 (ج) 11 (د) 12
28. مراحل حل یک معادله عبارت از:
الف) درک و فهمیدن (ب) انتخاب مجهول و نامگذاری
ج) دریافت مجهول و امتحان (د) همه آن ها
29. اگر از 5 چند یک عدد 2 کم شود مساوی به 3 میشود، عدد کدام است؟
الف) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

30. اگر فرق بین دو عدد 3 و مجموع آنها 37 باشد اعداد را پیدا کنید.
الف) 17، 20 (ب) 7، 10 (ج) 37، 20 (د) 10، 13
31. نقطه $A=19$ و $B=8$ داده شده اند. فاصله بین این دو نقطه چند واحد است؟
الف) $\sqrt{121}$ (ب) $\sqrt{52}$ (ج) $\sqrt{36}$ (د) $\sqrt{49}$
32. اگر $2x+7=13$ باشد، مقدار x چند است؟
الف) 3 (ب) 2 (ج) 5 (د) 6
33. اگر $5x-4=11$ باشد، مقدار x چند است؟
الف) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5
34. اگر $7x=0$ باشد، مقدار x چند است؟
الف) 7 (ب) 0 (ج) 1 (د) تعریف ناپذیر
35. معادله $2x+5=x-3$ را حل کنید.
الف) -8 (ب) 8 (ج) -2 (د) 2
36. عدد 3 با کدام عدد ضرب شود تا حاصل ضرب مساوی به a شود؟
الف) $a/6$ (ب) $a/2$ (ج) $a/3$ (د) $a/4$
37. معادله $4x-1=3x+6$ را حل کنید.
الف) 1 (ب) 5 (ج) 6 (د) 7
38. اگر $2(x-3)=10$ باشد، مقدار x چند است؟
الف) 4 (ب) 5 (ج) 8 (د) 13
39. معادله $3(x+2)-4=2x+5$ را حل کنید.
الف) 3 (ب) -3 (ج) 7 (د) -7
40. اگر $2x - 3 = 11$ باشد، مقدار x چند است؟
الف) 7 (ب) 5 (ج) 6 (د) 8
41. اگر $3x + 2 = 2x + 9$ باشد، مقدار x چند است؟
الف) 6 (ب) 7 (ج) 5 (د) 3
42. اگر $x^2 = 81$ ، مقدار x چیست؟
الف) 9 (ب) -9 (ج) ± 9 (د) 0
43. هرگاه بین دو شی، جسم و یا عناصر دو ست توسط عملیه های ریاضی و یا هم کدام رشته اجتماعی پیوندی وجود داشته باشد بنام یاد می گردد؟
الف) متحول (ب) مجهول (ج) رابطه (د) همه موارد
44. هرگاه گراف، یک رابطه یک خط مستقیم باشد، در این صورت رابطه بین متحولین آن بنام یاد می گردد؟
الف) مستوی (ب) نقطه (ج) رابطه خطی (د) هیچ کدام
45. یک رابطه بین عناصر دو ست طوری که برای هر قیمت متحول یگانه تصویر یا عدد وجود داشته باشد بنام یاد می گردد؟
الف) انعکاسی (ب) مستوی (ج) تابع (د) همه موارد

خواص و اجزای جدول کثرت

خواص و اجزای جدول کثرت عبارت است:

سرحد بالای و پایینی یا حدود دسته ها: کم ترین مقدار که در یک دسته قرار دارد، سرحد پایینی و بیشترین مقدار که در یک دسته قرار دارد، سرحد بالای می نامیم. سرحد بالای و پایینی دسته، موقعیت دیتا را در یک دسته مشخص می کنند.

طول دسته ها: از تفاضل سرحد بالای و سرحد پایینی یا تفاوت بین سرحد بالای و سرحد پایینی می توان طول دسته را دریافت کرد.

وسط دسته ها: وسط دسته از جمله خواص دسته است که شما از صنوف پایین تر یا آن آشنا شده اید.

مثال 1

نمره های مضمون ریاضی یک صنف در جدول زیر خلاصه شده است:

• طول دسته ها را مشخص کنید.

• حدود دسته ها را مشخص کنید.

• وسط دسته ها را نیز مشخص کنید.

$$\text{طول دسته اول} = 50 - 0 = 50$$

$$\text{طول دسته دوم} = 60 - 50 = 10$$

$$\text{طول دسته سوم} = 70 - 60 = 10$$

$$\text{طول دسته چهارم} = ?$$

$$\text{طول دسته پنجم} = ?$$

نمرات ریاضی	تعداد دسته	وسط دسته
0-49	4	$\frac{0 + 49}{2} = 24,5$
50-59	2	$\frac{50 + 59}{2} = 54,5$
60-69	7	شما محاسبه کنید
70-85	10	شما محاسبه کنید
86-100	12	شما محاسبه کنید

کثرت تجمعی

هرگاه کثرت مربوط به هر دسته را با کثرت های دسته های قبل از دسته

جمع نماییم، کثرت تجمعی مربوط به آن دسته به دست می آید.

مثال 1

یک کارخانه اعلان کرد که اگر تولیدات آن دچار مشکلات باشد خریداران می توانند اشیا را غرض ترمیم به کارخانه مسترد کنند. جدول زیر نشان دهنده تعداد کالای های مسترد شده پس از فروش می باشد.

کثرت مطلق (تعداد کالاهای مسترد شده)	ماه پس از خرید
3	10-13
6	13-16
7	16-19
4	19-22

• چند کالا برای ترمیم پس از 16 ماه به کارخانه مسترد شده است؟

• بین 16 تا 19 ماه چند کالا برای ترمیم مسترد شده است؟

حل: کثرت تجمعی را پیدا می نماییم.

کثرت تجمعی	کثرت مطلق (تعداد کالاهای مسترد شده)	ماه های پس از خرید (دسته ها)
3	3	10-13
6+3=9	6	13-16
9+7=16	7	16-19
16+4=20	4	19-22

با توجه به سطر دوم جدول دیده می شود که در 16 ماه اول 9 کالا برای ترمیم؛

7 کالا بین ماه 16 تا 19 مسترد گردیده است.

کثرت نسبی

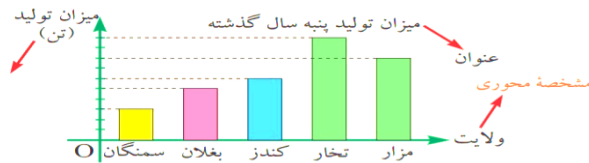
تقریباً برابر اند؛ اما شاگردان سطح متوسط صنف الف نظر به صنف ب موفق تر است.

گراف میله ای (گراف نواری)

برای آرایه معلومات به شکل هندسی از گراف میله ای استفاده می شود. گراف میله ای باید دارای عنوان، مقیاس و مشخصه محور باشد. در گراف میله ای محل قرار گرفتن دیتا مهم نیست. طول میله نشان دهنده کثرت دیتا است.

مثال 1

میزان تولیدات پنبه پنج ولایت کشور سال گذشته، بر حسب تن داده شده است: تولیدات هر ولایت را به صورت گراف میله ای نشان دهید. و کدام ولایت تولید بیشتر داشته است؟



حل:

از گراف بالا دیده می شود که بیشترین تولیدات را تخار و کمترین تولیدات را سمنگان دارند.

گراف خط منکسر

اگر اطلاعات جمع آوری شده را توسط نقاط در مستوی مختصات ترسیم نموده و این نقاط را به کمک خطوط مستقیم باهم وصل

نماییم، گرافی که توسط نقاط وصل شده به دست می آید به نام گراف خط منکسر یاد می شود.

مثال 1

داکتر یک مریض را در سه روز متواتر تحت مطالعه قرار می دهد. دیتا در جدول زیر ثبت شده است، گراف تغییر درجه حرارت را رسم کنید.

برای مقایسه دو دسته در بعضی حالات نمی توان کثرت های مطلق را باهم مقایسه کرد و درچنین حالت از $\frac{\text{کثرت مطلق}}{\text{کثرت کل داتا}}$ استفاده می نمایم که به نام کثرت نسبی یاد می شود. و هم چنان برای مقایسه بهتر، این عدد را با فیصدی نشان می دهیم و فیصدی کثرت می نامیم.

مثال 1

در یک امتحان نمرات دو صنف در جدول زیر آمده است:

این دو صنف را باهم مقایسه نمایید:

صنف ب	کثرت مطلق
10-30 ضعیف	19
30- 50متوسط	25
50-70 خوب	16

صنف الف	کثرت مطلق
10-30 ضعیف	6
30-50 متوسط	10
50-70 خوب	4

صنف الف	کثرت مطلق	کثرت نسبی	فیصدی کثرت نسبی
10-30	6	6/20	30%
30-50	10	10/20	50%
50-70	4	4/20	20%

صنف ب	کثرت مطلق	کثرت نسبی	فیصدی کثرت نسبی
10-30	19	19/60	31,6%
30-50	25	25/60	41,6%
50-70	16	16/60	26,6%

حل: جدول تعداد کل شاگردان باهم برابر است نمی توان کثرت مطلق را باهم مقایسه کنیم کثرت نسبی هر دو دسته را باهم مقایسه می کنیم.

از جدول بالا دیده می شود که شاگردان سطح ضعیف دو صنف

حل:

روز سوم			روز دوم			روز اول		
شب	ظهر	صبح	شب	ظهر	صبح	شب	ظهر	صبح
38	39	40	37	37	40	39	37	38

1. کثرت نسبی روز های ابری و بارانی را در ماه قوس پیدا نمایید.
2. پیشگویی تان برای ماه قوس سال آینده چگونه خواهد بود؟
3. آیا این پیشگویی قطعی است که همه ساله در ماه قوس چنین خواهد بود؟

حل:

1. چون از جمله 30 روز ماه قوس، 10 روز ابری و بارانی است پس کثرت نسبی روز های ابری یا بارانی مساوی به $\frac{10}{30} = \frac{1}{3} \approx 0.33 = 33\%$ روز های ماه می باشد.
2. پیشگویی برای ماه قوس آینده با در نظر داشت کثرت نسبی سال گذشته نیز مساوی به 30% خواهد بود.
3. این پیشگویی قطعی نبوده ممکن است بیشتر و یا کمتر از 10 روز در ماه قوس آینده خواهد بود.

چانس برابری و نابرابری در یک فضای نمونه

تا به حال با حوادثی رو به رو بودیم که احتمال عناصر اولیه فضای نمونه با هم یکسان بودند، که بر اساس آن تعریف احتمال صورت گرفته است.

احتمال به طور معمول به P نمایش داده و P(A) احتمال حادثه اتفاقی A می باشد. هرگاه یک فضای نمونه n عنصر داشته باشد، در این صورت

حادثه اتفاقی یک فضای نمونه

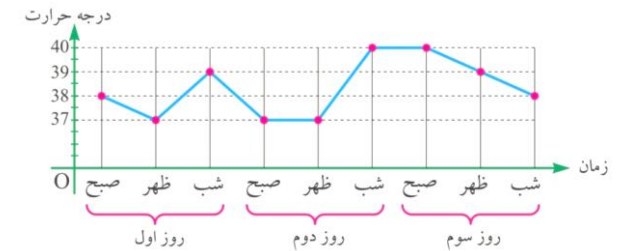
احتمال هر حادثه اولیه E (غیر قابل تجزیه) مساوی به $P(E) = \frac{1}{n}$ می باشد.

هر ست فرعی یک فضای نمونه S، یک حادثه اتفاقی بوده که به E نشان داده می شود.

هرگاه تعداد عناصر یک فضای نمونه مساوی به n عنصر باشند، تعداد مجموع حوادث اتفاقی آن از رابطه 2^n بدست می آید.

مثال 1

حوادث اتفاقی برای فضای نمونه $S = \{a, b, c\}$ را دریافت کنید.



اوسط دیتای منفصل یا غیر متمادی

برای پیدا کردن اوسط دیتا در صورت تکرار دیتا می توان به جای جمع دیتا از ضرب کثرت در دیتا استفاده نمود؛ اگر در حالت کلی یک دیتا را با x و کثرت آن را به f نشان دهیم، این حاصل ضرب برابر $f \cdot x$ خواهد بود.

اوسط دیتای متصل یا متمادی با استفاده از جدول

در دیتای متصل یا متمادی، مرکز دسته ها را در کثرت های آن ضرب و با هم جمع کرده و پس از آن بر مجموع کثرت ها (که همان تعداد کل دیتا است) تقسیم کرد.

کثرت نسبی و احتمال

احتمال، قبل از وقوع حادثه برای بیش بینی یک حادثه مورد استعمال قرار گرفته؛ اما کثرت نسبی بعد از انجام یک تجربه به اساس ارقام به دست آمده از انجام تجربه اتفاقی حساب می گردد.

ولایت ها	مزار	تخار	کندز	سمنگان	بغلان
میزان تولیدات	8	10	6	5	3

احتمال تجربی برای یک حادثه اتفاقی مساوی به کثرت نسبی حادثه می باشد. چون مجموع کثرت نسبی تمام حالات مساوی به 1 است؛

بنابر این مجموع احتمال همه حالات نیز مساوی به 1 می باشد.

مثال 1

در ماه قوس سال گذشته 10 روز ابری و بارانی بود.

حل:

$$S = \{a, b, c\} = 2^3 = 8$$

قواعد احتمال

قواعد احتمال دارای خواص زیر می باشد:

1. احتمال حادثه اتفاقی E همیشه بین 0 و 1 است؛ یعنی: $0 \leq P(E) \leq 1$
2. اگر S یک فضای نمونه باشد، $P(S) = 1$ حادثه اتفاقی S را به نام حادثه اتفاقی حتمی یا مطمئن نیز یاد می نمایند.
3. برای حادثه ناممکن داریم: $P(\emptyset) = 0$

دیاگرام درختی

دیاگرام درختی شکل است مانند درخت که از یک نقطه شروع می شود و به شاخه های مختلف منشعب می گردد تا تمام حالت های ممکن یا مسیرها را نشان دهد.

و یا هر تجربه تصادفی را می توان توسط یک دیاگرام که از نقطه شروع یک تجربه آغاز می گردد، به تعداد نتایج ممکن شاخچه ها را ترسیم نماییم، برای انجام مرتبه دوم، تجربه را بار دیگر مانند قدم اول، به هر نتیجه ممکنه شاخچه ها ترسیم می گردد. گراف مذکور با که مانند درخت، شاخ و پنجه می کند، به نام دیاگرام درختی یاد می کنند.

حاصل جمع احتمالات در هر نقطه انتشار شاخچه ها به طوری حتمی مساوی به 1 است. حاصل جمع احتمالات تمام حوادث اولیه مساوی به 1 می باشد.

قاعده اول مسیر (حاصل ضرب)

قاعده حاصل ضرب بیان می دارد که: اگر یک آزمایش دارای چند مرحله باشد، و هر مرحله چند گزینه وجود داشته باشد، برای به دست آوردن تعداد کل حالت های ممکن یا احتمال کل مسیر یک مسیر خاص، باید تعداد حالت های هر مرحله را با هم ضرب نماییم. و قاعده مسیر دارای خواص زیر است:

- هر مسیر ما را به یک نتیجه جدا گانه می رساند.
- هر مسیر گراف درختی در انجام یک تجربه به یک حادثه اتفاقی اولیه می انجامد.
- رسیدن به هر حادثه اتفاقی اولیه، از مسیر های مختلفی عبور می کند.
- احتمال یک حادثه اولیه عبارت از حاصل ضرب احتمال ها از آغاز مسیر تا حادثه می باشد.

سوالات تقویتی:

1. جدول: عدد: 1, 2, 3, 4 کثرت: 2, 2, 3, 3 مد چیست؟
(الف) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) الف و ب درست است
2. میانگین داده های زیر را بیابید: عدد: 3, 5, 7 کثرت: 2, 3, 1
(الف) 4.8 (ب) 5.1 (ج) 5.5 (د) 6.2
3. اگر کثرت نسبی عددی 0.25 و کل داده ها 16 باشد، کثرت آن چند است؟
(الف) 4 (ب) 5 (ج) 6 (د) 3
4. در جدول: عدد: 1, 3, 5؛ کثرت: 2, 3, 5
کثرت تجمعی برای عدد 5 چیست؟
(الف) 5 (ب) 7 (ج) 10 (د) 8
5. جدول داده شده: عدد: 2, 4, 6, 8؛ کثرت: 3, 2, 4, 1 کثرت تجمعی برای عدد 6 چیست؟
(الف) 5 (ب) 7 (ج) 9 (د) 10
6. جدول: عدد: 5, 10, 15, 20 کثرت: 2, 3, 5, 4 کثرت تجمعی برای عدد 15 چیست؟
(الف) 10 (ب) 7 (ج) 5 (د) 3
7. جدول: عدد: 2, 4, 6, 8؛ کثرت: 1, 1, 1, 1 کثرت تجمعی تا عدد 6 چیست؟
(الف) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4
8. اگر کثرت تجمعی تا عدد 7 برابر 20 و کثرت عدد 7 برابر 8 باشد، کثرت تجمعی تا عدد 6 چیست؟
(الف) 8 (ب) 10 (ج) 12 (د) 20
9. اعداد 1, 3, 5 و 7 به ترتیب دارای کثرت های 4, 2, 1 و 3 می باشند. ابتدا مجموع کل کثرت ها را به دست آورید. سپس نصف مجموع را حساب کنید. کثرت تجمعی را محاسبه کرده و مشخص نمایید در کدام عدد، کثرت تجمعی برای اولین بار از نصف کل (یا مساوی آن) می شود؟
(الف) 3 (ب) 5 (ج) 7 (د) 1
10. اگر کثرت نسبی داده ی «4» برابر با 0.25 باشد و تعداد کل داده ها 24 عدد باشد، فراوانی داده ی «4» چند است؟ همچنین با توجه به این که مجموع فراوانی داده های قبل از 4 برابر با 6 و 8 است، کثرت تجمعی تا داده ی 4 را پیدا کنید.
(الف) 12 (ب) 14 (ج) 20 (د) 24
11. جدول: عدد: 2, 3, 4, 5؛ کثرت: 1, 2, 2, 3 کثرت تجمعی عدد 5 چیست؟
(الف) 6 (ب) 8 (ج) 7 (د) 9
12. جدول: عدد: 3, 6, 9, 12؛ کثرت: 2, 3, 4, 1 کثرت تجمعی برای عدد 12 چیست؟
(الف) 8 (ب) 9 (ج) 10 (د) 12
13. در یک جدول: عدد: 1, 2, 3؛ کثرت نسبی: 0.2, 0.3, 0.5؛ کثرت نسبی عدد 3 چیست؟
(الف) 0.3 (ب) 0.4 (ج) 0.5 (د) 0.6

14. اگر تعداد کل داده‌ها 40 عدد باشد و عدد 5 با کثرت 8 ظاهر شده باشد، کثرت نسبی عدد 5 چیست؟
الف) 0.15 (ب) 0.2 (ج) 0.25 (د) 0.3
15. عدد 3 با کثرت 12 در مجموعه‌ای با 60 داده آمده است. کثرت نسبی چیست؟
الف) 0.1 (ب) 0.2 (ج) 0.25 (د) 0.3
16. اگر کثرت نسبی عدد x برابر 0.4 و تعداد داده‌ها 120 باشد، کثرت x چیست؟
الف) 48 (ب) 50 (ج) 44 (د) 42
17. جدول کثرت نسبی: عدد: 2, 3, 4, 5؛ کثرت نسبی: 0.1, 0.2, 0.3, ؟ مقدار کثرت نسبی عدد 5 چیست؟
الف) 0.4 (ب) 0.3 (ج) 0.2 (د) 0.1
18. اگر کثرت نسبی عدد 8 برابر 0.15 باشد، و داده‌ها 200 عدد باشد، کثرت عدد 8 چند است؟
الف) 25 (ب) 30 (ج) 35 (د) 40
19. در یک گراف میله‌ای، ارتفاع میله مربوط به نمره "ریاضی" برابر 30 واحد و نمره "فیزیک" برابر 45 واحد است. نمره فیزیک چند برابر نمره ریاضی است؟
الف) 1.5 (ب) 2 (ج) 2.5 (د) 3
20. ارتفاع میله‌ای 45 است که نماینده 15 شاگرد می‌باشد. هر واحد از میله نشانگر چند شاگرد است؟
الف) $\frac{1}{4}$ (ب) 3 (ج) $\frac{1}{3}$ (د) 5
21. در یک گراف، میله اول ارتفاع 50، دوم 75، سوم 100 و چهارم 125 دارد. افزایش از میله دوم تا سوم چند درصد است؟
الف) 20% (ب) 25% (ج) 30% (د) 33%
22. در گراف خط منکسر، نقاط به هم وصل می‌شوند تا:
الف) زاویه‌ها را نشان دهند (ب) میله‌ها را بسازند
ج) تغییرات داده را در طول زمان نمایش دهند (د) دایره تشکیل دهند
23. در یک گراف نواری، نمرات 5 مضمون ثبت شده است. اگر مجموع ارتفاع‌ها برابر 200 باشد و ارتفاع مربوط به "بیولوژی" برابر 50 باشد، کثرت نسبی بیولوژی چیست؟
الف) 0.25 (ب) 0.5 (ج) 0.2 (د) 0.1
24. اگر گراف دارای 4 میله با ارتفاع‌های 20، 30، 50، و x باشد و میانگین ارتفاع‌ها 40 باشد، مقدار x چیست؟
الف) 60 (ب) 70 (ج) 80 (د) 90
25. کدام گزینه از اجزای اساسی گراف میله‌ای نیست؟
الف) محور افقی (ب) عنوان (ج) میله‌ها (د) محیط دایره
26. اگر یک میله 5 واحد و دیگر میله 3 برابر آن باشد، طول میله دوم چند است؟
الف) 10 (ب) 8 (ج) 15 (د) 20

27. اگر در یک گراف خط منکسر، مقدار داده‌ها به ترتیب برابر باشد با: 10، 20، 30، 25، 35، تفاوت زیادترین و کمترین مقدار چیست؟
الف) 15 (ب) 25 (ج) 30 (د) 20
28. در یک گراف خط منکسر، اگر نقاط داده به صورت پی‌درپی افزایش یابند، شکل گراف چگونه است؟
الف) نزولی (ب) منکسر ثابت (ج) صعودی (د) دایره‌ای
29. اگر هر واحد افقی برابر با 2 سال باشد و نقطه‌ای از سال 2020 تا 2030 رسم شده باشد، چند نقطه روی گراف است؟
الف) 5 (ب) 6 (ج) 10 (د) 11
30. کدام کاربرد اصلی گراف خط منکسر است؟
الف) مقایسه میله‌ها (ب) تحلیل روند تغییرات (ج) نمایش اجزاء کل (د) نمایش زاویه‌ها
31. در گراف خط منکسر، نقطه‌ای با مختصات (x, y) بیانگر چیست؟
الف) فقط مقدار y (ب) فقط مقدار x
ج) ارتباط بین دو متغیر (د) ارتباط بین دو زاویه
32. سهیل شنبه و یکشنبه هر روز 12، صفحه کتاب و سهشنبه و چهارشنبه و پنجشنبه هر روز 10 صفحه و جمعه 16 صفحه کتاب خواند. با تشکیل جدول کثرت، اوسط صفحات خوانده شده کتاب را در هر روز را پیدا کنید؟
الف) 20 (ب) 30 (ج) 11.67 (د) 8
33. در یک هفته، آرش به ترتیب در روزهای شنبه تا جمعه به تعداد صفحات زیر کتاب خوانده است: (12, 10, 12, 14, 10, 16, 18). اوسط صفحات خوانده شده چند است؟
الف) 12.5 (ب) 13.1 (ج) 13.7 (د) 14.2
34. در یک نظرسنجی، پاسخ‌دهندگان چنین نمره‌هایی داده‌اند:
(4, 5, 4, 3, 4, 2, 5, 5) اوسط نمرات را حساب کن چند است؟
الف) 4 (ب) 3.8 (ج) 3.9 (د) 4.2
35. اوسط بازه سن را محاسبه کنید: 5 نفر بین 15-19 سال، 8 نفر بین 20-24 سال، 7 نفر بین 25-29 سال، 5 نفر بین 30-34 سال. اوسط سن چند است؟
الف) 21 (ب) 22.5 (ج) 23 (د) 24.5
36. اوسط داده‌های 22، 25، 28، 30، 20، 25 را محاسبه کنید:
الف) 24.5 (ب) 25 (ج) 26.5 (د) 27.5
37. اوسط بازه قد را محاسبه کنید: 3 نفر بین 150-155، 5 نفر بین 156-160، 4 نفر بین 161-165، 3 نفر بین 166-170. اوسط قد چند است؟ واحد قد به سانتی متر است.
الف) 160 (ب) 158.3 (ج) 155 (د) 157.7
38. نمرات شاگردی در آزمایشات مختلف چنین است:
(10, 15, 20, 25, 30) اوسط نمرات را حساب کن.
الف) 20 (ب) 18 (ج) 22 (د) 21

39. سرعت 15 موتر در بازه‌های 60-70، 70-80، 80-90 کیلومتر در ساعت با کثرت‌های 5، 6، 4 داده شده است. اوسط سرعت را پیدا کن؟
 الف) 72.5 (ب) 74 (ج) 76.5 (د) 78
40. در یک بازی، بازیکنان امتیازهایی در بازه‌های 10-20، 20-30، 30-40 گرفته‌اند با فراوانی 2، 5، 3. اوسط امتیاز چیست؟
 الف) 24 (ب) 25 (ج) 26 (د) 27
41. در یک سبد، 4 توپ سرخ، 3 توپ آبی و 5 توپ زرد وجود دارد. احتمال بیرون کشیدن یک توپ آبی چیست؟
 الف) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{3}{12}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{12}$
42. در یک کلاس، 15 شاگرد پسر و 10 شاگرد دختر وجود دارد. اگر یک شاگرد تصادفی انتخاب شود، احتمال آن که دختر باشد چند است؟
 الف) $\frac{2}{5}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{1}{3}$
43. رخصتی‌های تابستانی شاگردان همیشه 10 روز اول ماه اسد است. سال گذشته به دلیل شدت گرمی، 10 روز دیگر اضافه شد. اگر کل رخصتی تابستانی 60 روز باشد، کثرت نسبی رخصتی‌های ماه اسد در سال گذشته چقدر است؟
 الف) 0.17 (ب) 0.25 (ج) 0.33 (د) 0.50
44. اگر در یک فابریکه، مدت کار روزانه در بازه‌های 6-7، 7-8، 8-9 ساعت با تعداد کارگران 2، 6 و 2 باشد، اوسط کار روزانه چند ساعت است؟
 الف) 7.2 (ب) 7.5 (ج) 7.6 (د) 8
45. در یک جدول، کثرت مجموع داده‌ها 36 است. اگر یک عدد با کثرت نسبی $\frac{1}{6}$ باشد، کثرت اصلی آن عدد چیست؟
 الف) 6 (ب) 12 (ج) 9 (د) 3